

Rumore nel dominio della frequenza

Invece studiare il rumore nel dominio del tempo, è possibile fare una caratterizzazione nel dominio della frequenza: l'andamento sarà presumibilmente continuo, e dunque si avrà una qualche distribuzione della potenza per unità di frequenza. In altre parole, per ogni frequenza si avrà una certa potenza, che sarà o espressa come $\frac{V^2}{\text{Hz}}$ e come $\frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}}$ (in tal caso si parla di "radice di potenza").

Queste densità di potenza saranno identificate come:

$$V_n^2(f)$$

Si noti che si è un collegamento con i valori efficaci (root mean square):

$$V_{\text{rms}}^2 = \int_0^\infty V_n^2(f) df$$

La radice di questa espressione dunque sarà il valore efficace: V_{rms} dunque può essere pensato come la somma, su tutti i possibili contributi di frequenza, della densità spettrale di potenza.

Passiamo a questo punto le distribuzioni di rumore in frequenza più comuni:

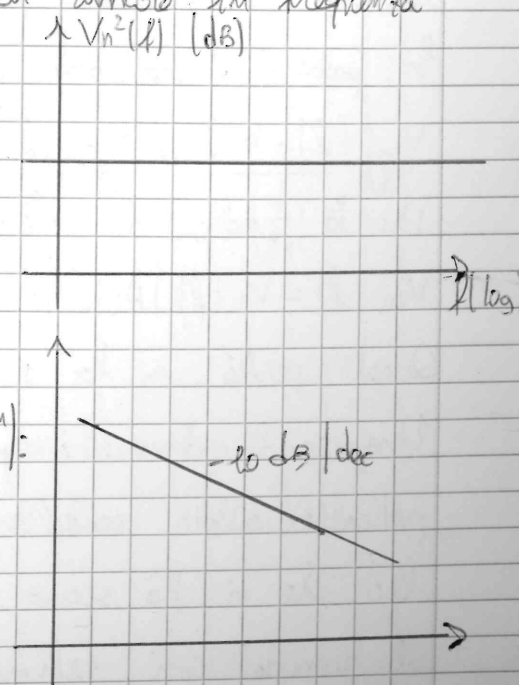
- Il rumore bianco (costante in frequenza):

tipico del caso del rumore termico, o del rumore dovuto all'agitazione degli elettroni

- Rumore Flicker (o "rumore $\frac{1}{f}$ " o "rumore rosa"):

$$V_n^2(f) = \frac{k^2}{f}$$

Questo è comune nei dispositivi attivi allo stato solido, a causa di "trappole"

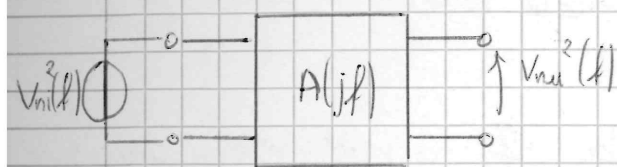


che trattengono i portatori, rilasciandoli non uniformemente in frequenza. L'ò conta molto per frequenze "f" basse, ma tende a ridursi al crescere della frequenza.

Si noti che la potenza decade con la frequenza, non con il suo quadrato, dunque la pendenza è di -10 dB/dec :

$$10 \log\left(\frac{1}{f}\right) = -10 \log(f) \quad [\text{a meno di } 10^2]$$

Cosa capita se ho del rumore in ingresso a un 2-pole?



Dalla $A(jf)$ la funzione di trasferimento tra ingresso e uscita del 2-pole, e il $V_{ni}(f)$ in ingresso, come si calcola $V_{nu}(f)$?

Si noti che quello in ingresso non è un generatore di tensione, bensì di potenza: il simbolo in realtà dunque è fuorviante, ma noi lo usiamo per abitudine!

Si può dire che:

$$V_{nu}^2(f) = V_{ni}^2(f) |A(jf)|^2$$

Per le radici di potenza:

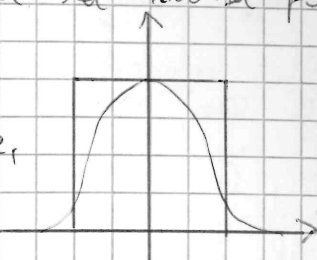
$$V_{nu}(f) = V_{ni}(f) |A(jf)|$$

Questo perché si ha a che fare con i valori efficaci.

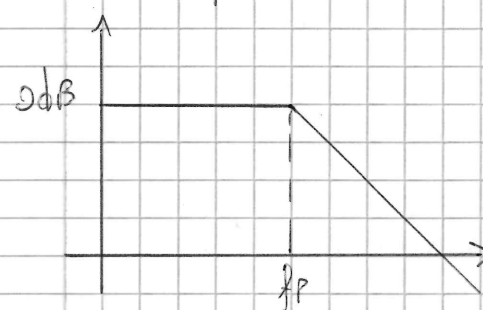
Un caso comune è quello in cui $A(jf)$ è un filtro, anche se potrebbe anche modellare dispositivi attivi.

L'ò che si fa spesso è introdurre una "banda equivalente" per il rumore, così definita: dato in ingresso al dispositivo del rumore bianco, si studia la risposta del sistema al segnale;

la banda equivalente di rumore è quella banda, per un filtro ideale (a pareti verticali), che sarebbe in uscita la stessa potenza: dati filtri con lo stesso guadagno in banda, il "rettangolo" è la banda equivalente, a parità di potenza di rumore in ingresso.



Consideriamo a questo punto un esempio di applicazione, che torna spesso utile: dato un filtro di questo tipo:



Qual è la banda equivalente di questo dispositivo?

Essendoci un solo polo, la $A(jf)$ sarà:

$$A(jf) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_p}}$$

Considerando una densità di rumore bianco in ingresso, N_i , avrò:

$$\begin{aligned} N_u &= \int_0^\infty N_i |A(jf)|^2 df = N_i \int_0^\infty \left| \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_p}} \right|^2 df = N_i \int_0^\infty \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_p}\right)^2} df \\ &= N_i f_p \arctan\left(\frac{f}{f_p}\right) \Big|_0^\infty = \frac{\pi}{2} N_i f_p \end{aligned}$$

Considerando un filtro ideale, avrò come potenza di uscita l'ingresso, moltiplicato "base per altezza", dove la base è l'asse delle frequenze, l'altezza è 1 (0 dB):

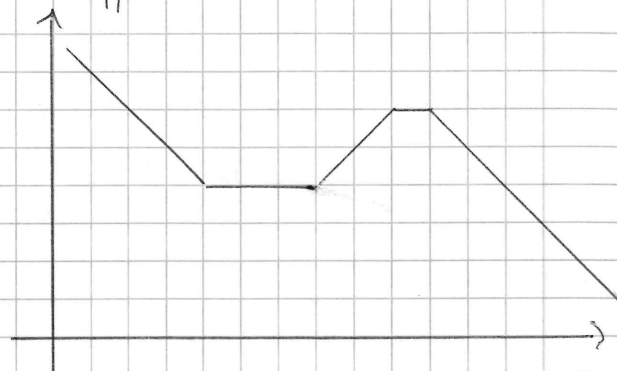
$$N_u = N_i \cdot 1 \cdot f_p = N_i f_p$$

Pongo i due uguali:

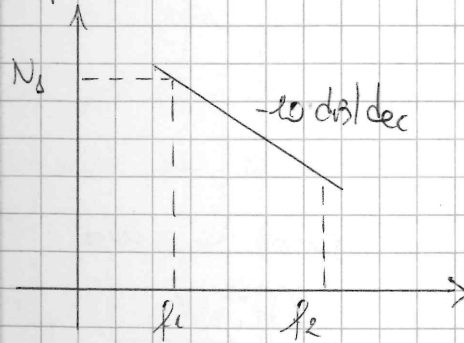
$$N_i f_i = N_i \frac{\pi}{2} f_p \rightarrow f_i = \frac{\pi}{2} f_p$$

Nei casi pratici le cose non sono così facili da fare: spesso, infatti, le valutazioni di rumore sono molto approssimate.

Se il diagramma in frequenza è così, si dice: facciamo finta che la potenza di rumore sia quella asintotica, non tenendo conto degli errori di 3 dB ai raccordi; prendo l'atto per l'atto la curva, faccio l'integrale di ogni tratto, sommo i risultati e ottengo il valore di rumore.



Riprendiamo un altro andamento del rumore Flicker:



Volendo integrarlo tra una f_1 e una f_2 , data (nota) la potenza N_0 su f_1 , nota l'espressione del rumore, si può dire che:

$$N(f) = \frac{N_0 f_1}{f}$$

Per calcolare la potenza dunque posso integrare, come:

$$\int_{f_1}^{f_2} \frac{N_0 f_1}{f} df = N_0 f_1 \ln \left| \frac{f}{f_1} \right|_{f_1}^{f_2} = N_0 f_1 \ln \left| \frac{f_2}{f_1} \right|$$

E se calcoliamo tra f_2 e f_3 ? Beh, non cambia nulla!

$$\int_{f_2}^{f_3} \frac{N_0 f_1}{f} df = N_0 f_1 \ln \left| \frac{f_3}{f_2} \right|$$

Dunque, se $\frac{f_3}{f_2} = \frac{f_2}{f_1}$, di fatto, la potenza è uguale, poiché la

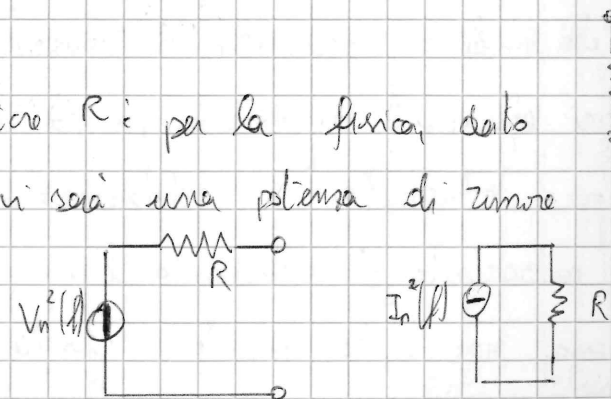
pendenza è sempre -10 dB/dec

A partire da questa idea si costruisce un metodo, molto approssimato, per capire quale zona del diagramma di Bode dà maggiore contributo: il "metodo della tangente rosa": si costruisce sul diagramma di Bode la retta a pendenza -10 dB/dec tale da essere tangente (intendere in un solo punto) al grafico; questo sarà il punto per cui si avranno i massimi contributi: se la retta è infatti tangente al grafico, significa che la pendenza prima del punto di tangenza è superiore a -10 dB/dec , dunque che dà meno potenza; gli unici tratti "interessanti" sono quelli tangenti alla retta.

Modellistica del rumore

Si consideri un generico resistore R ; per la fisica, dato che $T > 0 \text{ K}$, in serie ad esso vi sarà una potenza di rumore equivalente, di espressione

$$V_n^2(f) = 4 k_B T R \quad \text{o} \quad I_n^2(f) = \frac{4 k_B T}{R}$$



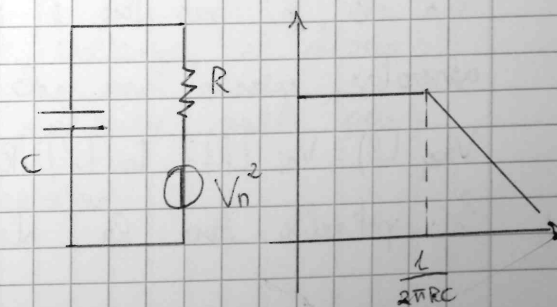
Questo, è rappresentabile mediante equivalenti Thévenin e Norton.

Se integriamo questa espressione tra 0 e ∞ , sembrerebbe che la potenza prodotta dal resistore sia infinita; il problema (o la cosa bella) è che nel resistore non c'è solo una resistenza, ma anche parametri passivi, come capacità!

Un modello più completo è:

$$N = 4 k_B T R \frac{\pi}{2} \frac{1}{2\pi RC} = \frac{k_B T}{C}$$

[usando la banda equivalente]



Questa è una bella cosa: si ha solo dipendenza da C e da $k_B T$ [dove k_B è la costante di Boltzmann]

Modello equivalente di rumore.

Nell'ingresso di un circuito ci sarà un rumore termico, dipendente dalla capacità della nostra resistenza (del nostro); al fine di ridurre il rumore, però, si può anche introdurre una capacità, in modo tale da spostare il polo e ridurre menudamente il rumore.

Questo però non è l'unico rumore esistente: una generica rete (per esempio, un amplificatore) ha al proprio interno altre fonti di rumore; ciò che si fa è rappresentare il rumore interno, mediante due generatori equivalenti di ingresso, per poi considerare la rete priva di rumore. I "generatori" si valutano con:

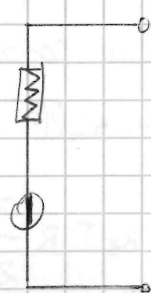
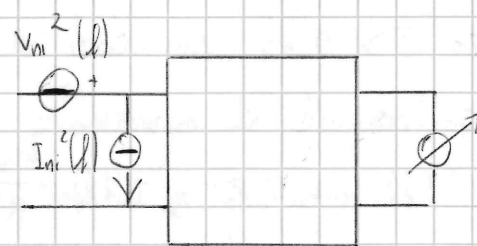
- Se calcoliamo al riferimento l'ingresso, non si ha corrente in uscita; misuro l'uscita, che avrà solo un contributo di tensione, che "rispetto all'ingresso";

- Se apri l'ingresso, il generatore di tensione non potrà pilotare l'uscita, ma il generatore sì, dunque ciò che rispetto all'ingresso è il generatore di corrente.

Quindi si può fare e, al posto di due generatori, usare uno solo, equivalente: $V_{eq}(f)$

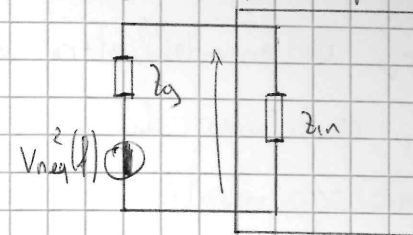
$$V_{eq}(f) = V_{ni}(f) + I_{ni}(f) R_a$$

Si potrebbe fare la stessa cosa, Norton.



Quindi, considerando il caso più generale di Z_g e Z_{in} , si può avere con:

$$V_{in}^2(f) = V_{eq}^2(f) \left| \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_g} \right|^2$$



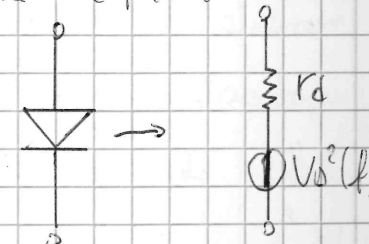
Elementi attivi

Si ha a che fare spesso con giunzioni, dunque con diodi; cosa capita? Beh, dove ci sono giunzioni nei semiconduttori, ci sono non contributi di rumore bianco, ma di rumore rosa, ma non solo: si ha a che fare con il cosiddetto "rumore shot".

Anche il "shot" è un rumore bianco, ma esso dipende dal fatto che, quando si ha corrente, la conduzione avviene "a pacchetti".

Si ha un'espressione del tipo:

$$V_d^2(f) = 2q I_0 \quad \left[\text{dove } q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \right]$$



R_d , la resistenza differenziale del diodo, non è "reale", dunque non introduce un rumore termico.

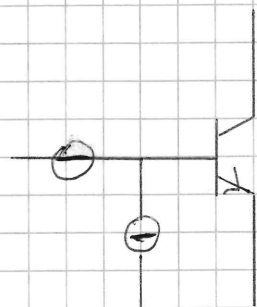
$$R_d = \frac{V_T}{I_0}$$

Un diodo può dunque essere usato come un generatore di rumore noto.

Una nota: se si va in regione Zener, volanga, il diodo diventa molto rumoroso, dunque non può essere usato per creare riferimenti di tensione ad alta precisione.

Transistori bipolari a giunzione

Usando la modellistica pure proposta, cerchiamo di calcolare i due generatori equivalenti.



Si ha a che fare con due giunzioni, dunque con rumore shot, e con qualche resistenza interna, che genera del rumore: un esempio è la $r_{bb'}$, ma la resistenza della base, legata al fatto che si ha a che fare con semiconduttori poco drogati; a causa delle solite trappole, poi, si avrà a che fare con del rumore Flicker.

Ora, calcoliamo il generatore di tensione: per far ciò, chiudiamo il circuito, ottenendo ciò: da un lato il rumore Flicker non vi sarà, dal momento che, chiudendo in corto, esso va a 0; essendoci una corrente di usata, I_c , vi sarà il rumore shot causato dalla sua conduzione "a pacchetti", che va poi ripartito all'ingresso.

$$V_{unshot}^2 = 2qI_c$$

Il legame tra ingresso e usata è la g_m ; trattandosi di potenze, però, dovrà intervenire g_m^2 :

$$V_u^2(f) = \frac{V_{unshot}^2}{g_m^2}$$

[Voglio una tensione per cui si abbia una relazione con la corrente di usata di rumore]

$$\text{Ricordo che } g_m = \frac{I_c}{V_T} = \frac{I_c q}{k_B T}$$

Sostituisco un g_m e lascio l'altro:

$$\rightarrow V_u^2(f) = \frac{2qI_c}{g_m} \frac{k_B T}{qI_c} = 2 \frac{k_B T}{g_m}$$

Per quanto riguarda la resistenza di base, e il rumore termico da essa generato,

$$V_{i2}^2(f) = 4k_B T r_{bb'}$$

Dunque:

$$V_i^2(f) = 4k_B T \left[r_{bb'} + \frac{1}{2g_m} \right]$$

Lasciando poi invece il circuito aperto: il contributo del generatore di tensione sparisce, e avrà 3 contributi: un rumore Flicker, un rumore shot in base un rumore shot di ~~emettitore~~ ^{collettore} da riportare in base. In risultante [dovendo portare indietro corrente]:

$$I_i^2(f) = 2q \left[I_B + \frac{I_c}{\beta(f)} \right] \left[\text{Si noti che il } k^2 \text{ prima nominato, ora, sarebbe } k^2 = 2qI_c \right]$$

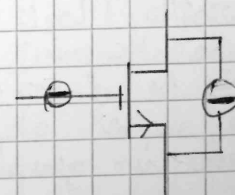
Al variare della frequenza, per basse frequenze è dominante il rumore Flicker, quindi dopo il termine costante, infine, quando β cala a causa della frequenza elevata, il terzo termine.

Anche ad alte frequenze spesso il termine in $\beta(f)$ non influenza, poiché capita che si perde la correlazione tra g_m e I_c ; in tutti i casi, inoltre, si trascura la resistenza di emettitore.

Non è stato messo il rumore shot $2qI_c$ del nastro che se la mossa si muove, allora il merito non ha scelto se non l'area $4qI_c$!

MOSFET

In questo caso, la modellistica del rumore è un po' semplificata, dal momento che mettere generatori di corrente sul gate non ha davvero senso; gli effetti con i quali si ha a che fare sono due:



un rumore flicker, e il fatto che il canale ha una propria resistenza, finca, dunque rumore termico.

Il contributo di corrente termica del canale sarà:

$$I_{n1}^2(f) = \frac{Lk_B T}{R_c} = Lk_B T \frac{2}{3} g_m \left[\frac{1}{R_c} = \frac{2}{3} g_m, \text{ ottenuto integrando la resistenza di canale} \right]$$

Questa poi si può spostare, come termine al quadrato (potenza), in ingresso, dividendo per g_m^2 :

$$V_{n1}^2 = \frac{I_{n1}^2(f)}{g_m^2} = Lk_B T \frac{2}{3 g_m}$$

Per l'effetto Flicker, invece: dato "H" costante dovuta alla tecnologia (area e tecnologia):

$$V_{n2}^2(f) = \frac{H}{W L C_{ox} f}$$

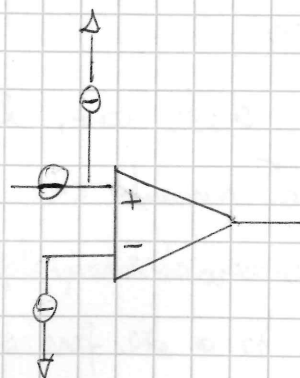
$$\rightarrow V_{n1}^2(f) = \frac{H}{W L C_{ox} f} + \frac{Lk_B T}{g_m} \frac{2}{3}$$

Sotto il punto di vista del rumore, i transistor a canale "p" sono meglio; per avere meno rumore infatti servono transistori grandi (W/L elevato), e C_{ox} elevata (dunque l'ossido sottile).

A frequenze elevate, entra in gioco nella funzione di trasferimento pure C_{gs} , cosa che complica tutto, invalidando il modello.

Conni all'amplificatore operazionale

Si deve ricordare che si ha un certo $V_{n1}^2(f)$, su un morsetto (tanto non si sa se si somma o sottrae), e se il primo stadio è a bipolari, anche un generatore di corrente.



3 generatori modellano ciò che sta dentro all'operazionale, dunque, per quanto non si tengano mai in conto, esistono delle correlazioni.

Filtri su circuiti monolitici

Volendo realizzare filtri integrati, una prima difficoltà sta nell'integrare induttori, dunque per aver poli complessi coniugati sarà usare circuiti attivi. Un secondo problema sono le resistenze: per ottenere grandi resistenze dovrà metter molti "quadrati resistivi", occupando molta area, e introducendo effetti non lineari.

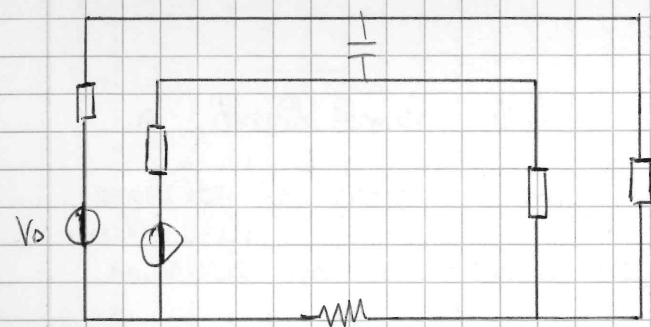
Un modo di realizzare resistenza è con i filtri tempo-discreti, a condensatori commutati: se infatti non siamo in grado di realizzare con precisione dei resistori, siamo in grado di realizzare con precisione (anche se a valori bassi) condensatori; il tutto è ciò, per commutare i condensatori, si deve usare un segnale a frequenza elevata, dunque questi filtri sono i più usati in banda audio, ma, in di frequenza, la velocità degli switch dovrebbe essere troppo elevata.

Si vorrebbe inoltre avere la possibilità di "accordare" questi generatori: le tolleranze di un integrato sono pessime, dunque poter far modifiche sarebbe ottimo. L'obiettivo sarà quello di realizzare resistori a resistenza variabile elettricamente, e una tecnica per far ciò è basata sugli amplificatori di transconduttanza.

Una nota: se vogliamo fare (come si tende sempre più a fare

fare) dei sistemi on-chip (mettendo sullo stesso integrato la parte analogica e quella digitale), si hanno dei problemi: se da un lato i circuiti digitali sono poco suscettibili al rumore (per quanto sopra una certa soglia si ottengono risultati ben peggiori che con circuiti analogici, perché si leggono solo uni e zeri), essi ne generano tanto, a causa dei fronti molto ripidi dei segnali digitali. Questi disturbi vanno ad accoppiarsi con parametri parassiti, poiché, essendo tutto nello stesso chip, "c'è poca strada da fare": sono problemi di autocompatibilità elettromagnetica.

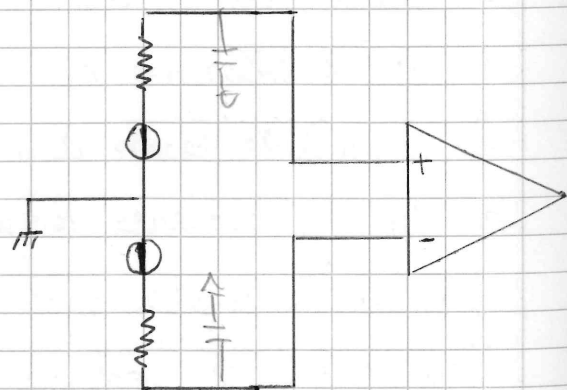
Dato un circuito analogico che deve andare a parlare con un qualche carico "ascoltatore", dato lo $0V$, esso può essere usato da più circuiti, essendo esso il potenziale di riferimento; il fatto è che potrebbe esservi



resistenze parassite che "sparcano" lo $0V$, ottenendo in punti diversi riferimenti diversi.

E poi le piste sono una sopra l'altra, si possono anche avere effetti di accoppiamento capacitivo attraverso il substrato.

Fatti questi discorsi, cosa si può fare? Beh, separare i ritorni dei $0V$, ma non si può fare perché ci sono troppi circuiti all'interno del chip; la soluzione migliore è adoperare

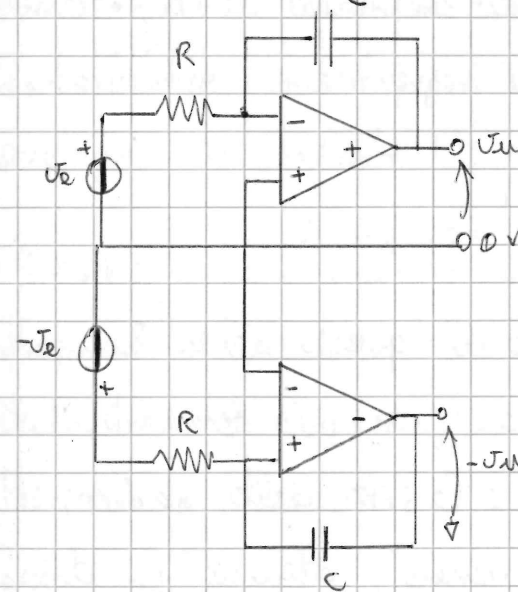


una situazione bilanciata, per cui, anche se tra i due $0V$ si ha un disturbo, esso sarà di modo comune, e la struttura bilanciata ne farà la reiezione.

Inoltre, se ho delle capacità verso il substrato, se tutto è all'esterno e simmetrico, i disturbi saranno di modo comune. Ciò ci dice che conviene usare delle strutture bilanciate.

Come si può passare dall'idea a una rappresentazione circuitale?

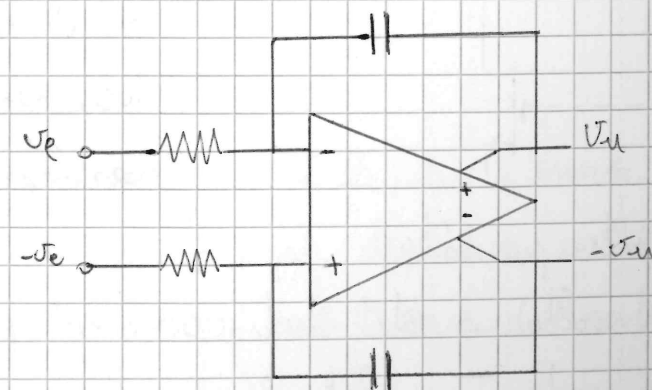
Facciamo per un integratore: questo circuito si può ottenere, in forma bilanciata, studiando i punti a $0V$, "riflettendo" il circuito rispetto a questi punti, facendo un "circuitto speculare".



Qui dico che dovrai raddoppiare il numero dei componenti. Spero ciò poi non è necessario: si può fare con un'operazione sola, con due usate:

Questo è simile agli operazionali già noti, solo con due usate.

Il costo aggiuntivo, in termini di area, è irrilevante.



Filtri gm-c

Abbiamo detto che fare i condensatori è facile, ma le resistenze, o almeno quelle tempo-continue, no. Si potrebbero usare amplificatori operazionali,

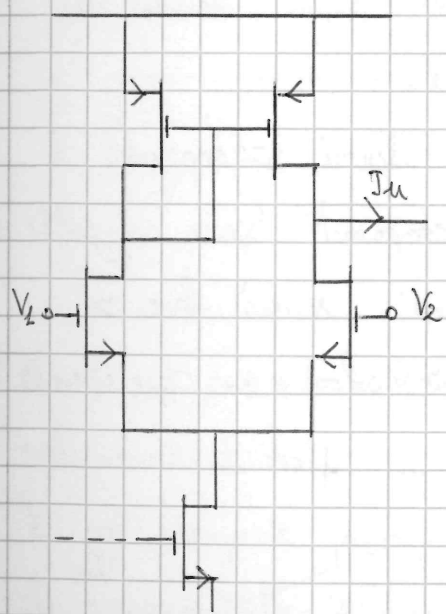
ma essi hanno un problema: una banda passante limitata.
La soluzione è basata sull'uso di un nuovo tipo di dispositivi: gli amplificatori di transconduttanza.

Il blocco funzionale è il seguente:



dove, idealmente, $I_u = g_m(V_1 - V_2)$

Sfortunatamente, ho delle impedenze molto alte sia in ingresso, ma in uscita (in ingresso sei gate di MOSFET, in uscita lo R_D). Essi si fanno con uno stadio differenziale di ingresso e un amplificatore di corrente in uscita: avrà che



$$I_u = I_2 - I_1 = g_m(V_1 - V_2)$$

Un oggetto di questo genere ha un unico stadio, un polo dominante, più il polo e lo zero dello specchio, che si "compensano", ottenendo un dispositivo sempre stabile.

Non serve dunque usare una compensazione, e si ha una banda passante

molto più alta.

In realtà questi stadi sono un po' più complicati: $V_1 - V_2$ ha in uscita un effetto lineare solo se la differenza è piccola (dell'ordine di mV); servono dunque artifici per migliorare la dinamica.

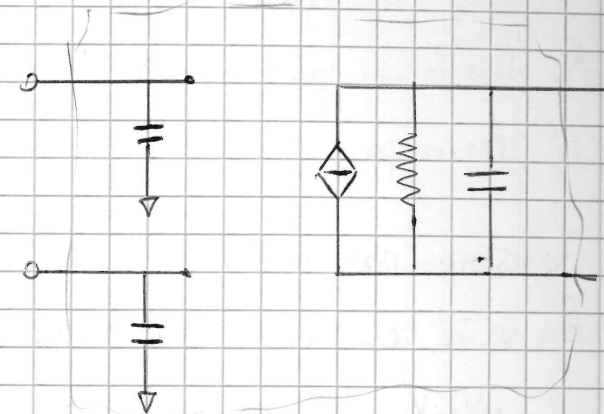
Si noti però in fatto: il guadagno in corrente dipende da g_m , che, all'incirca, vale:

$$g_m = \sqrt{2 I_D \mu C_{ox} \frac{W}{L}} \quad \text{ma} \quad I_D = \frac{I_0}{2}$$

Variando dunque I_0 si può variare il guadagno, ottenendo di fatto dispositivi "accordabili".

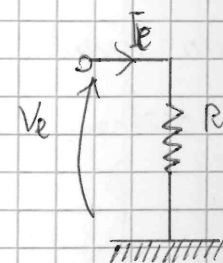
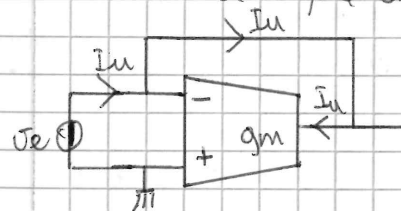
In realtà, si dovrebbe tenere conto di parametri parassiti (anche se in realtà non si fa mai):

in ingresso si hanno le capacità del sistema MOS, e in uscita una conduttanza G_D data dalle R_D in parallelo, quindi una C_u anch'essa in parallelo.



Proviamo a fare qualcosa con questo dispositivo: come si fa a fare un filtro senza resistori? Beh, sappiamo che, data una V_e , $I_e = \frac{V_e}{R}$.

Proviamo a fare ciò!



Dato V_e nell'ingresso (da capirvi quale), esso è la V_1 (essendo l'altro a 0V); se lo mettiamo nel "-", il dispositivo assorbita corrente, ma dunque la I_u usante dal V_e sarà tutta (idealmente) quella assorbita dal dispositivo!

$$I_u = V_e g_m$$

$$\hookrightarrow I_e = I_u = V_e g_m \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{g_m}$$

[Ormai, abbiamo trovato un modo per far una resistenza!]

Volendo avere il modello non ideale, si ottiene che:

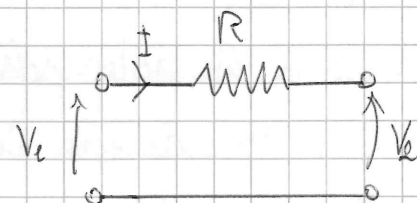
$$I_e = V_e [sC_i + sC_u + g_m + G_o]$$

$$L \rightarrow R_{eq} = \frac{1}{G_o + g_m + s(C_i + C_u)} \approx Z_{eq} \approx \frac{1}{g_m}$$

Si avrebbe un polo, che però sta a frequenza altissima, dunque non ci preoccupa.

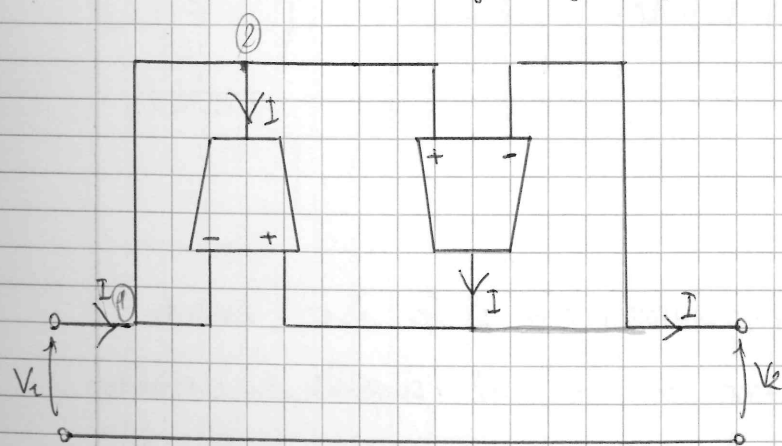
Resistore non a 0V

Se il resistore non sia a massa?



$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} \quad (V_1 > V_2)$$

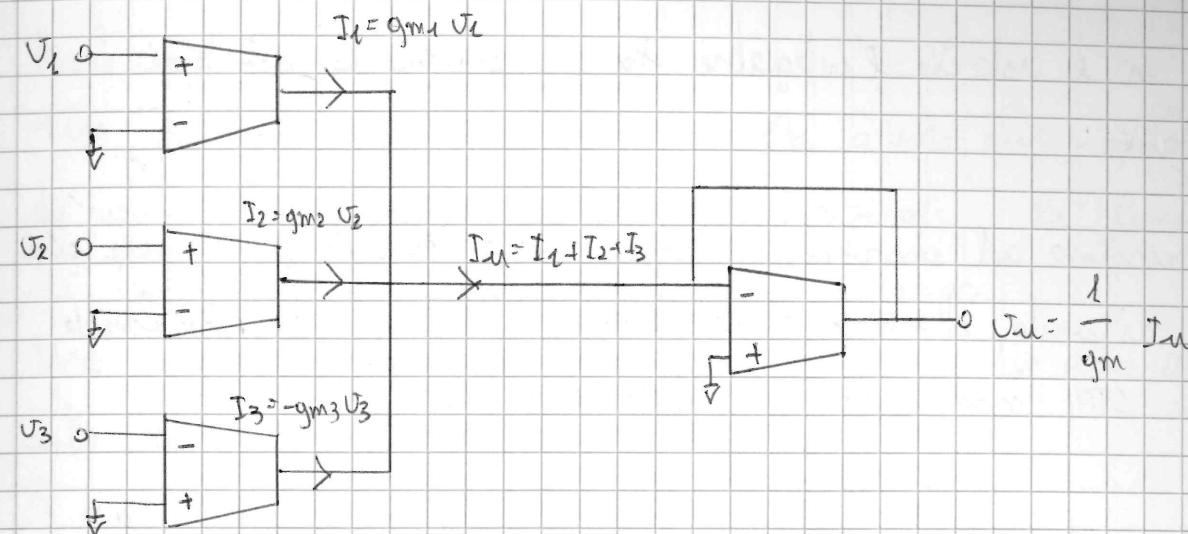
Come si può realizzare? L'obiettivo è "sentire" $V_1 - V_2$, produrre una corrente, dunque "tirare" da sinistra una corrente e "spingere" a destra. Dati $g_{m1} = g_{m2} = g_m$, si fa così:



$$I = g_m (V_1 - V_2)$$

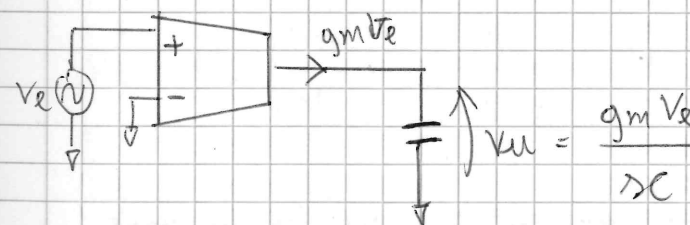
Prendendo i punti 1 e 2 alla stessa tensione, e non entrando corrente nei morsetti, si può fare così.

Vediamo a questo punto altri circuiti: un primo esempio è un sommatore di correnti, basato sugli OTA e sulla legge di Kirchhoff.



Integratore

Per fare un integratore data una tensione di ingresso, si vuole avere una corrente costante da mandare a caricare una capacità. Con l'operazione cioè si fa così usando l'operazione per "creare una massa virtuale", in modo da avere un punto che non cambia la tensione e manda la corrente da integrare. Con gli OTA:

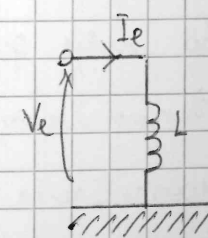


Induttanza

Si vorrebbe ora un circuito che si comporti un'induttanza, ossia per cui

$$I = \frac{V_e}{sL}$$

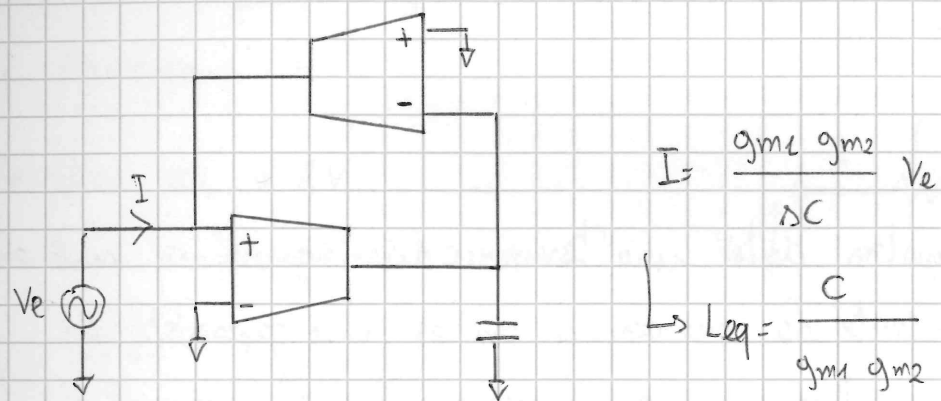
Cio' risulta utile ogni qual volta si deve avere a che fare con l'introduzione di poli complessi coniugati nella rete.



Prima, si è visto che l'integratore ha un andamento del tipo:

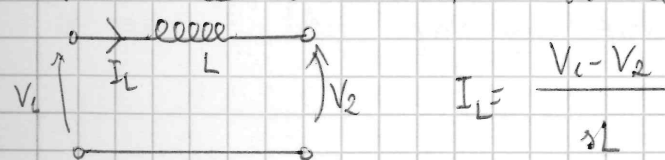
$$V_C = \frac{g_m}{sC} V_e$$

È necessario ad annullare in ingresso una corrente proporzionale alla tensione di uscita, otterremo questo obiettivo. Ciò si può fare facilmente con un OTA, modificando il circuito precedente:



Induttanza tra due nodi (flottante)

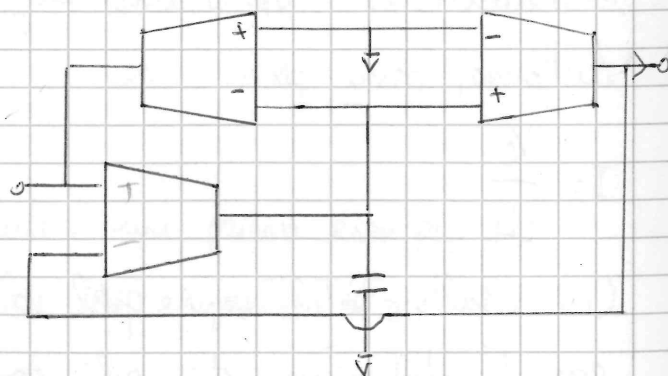
Volendo realizzare un'induttanza tra due nodi



Se fosse solo ancora un integratore, ma ora si deve far in modo da avere qualcosa che in ingresso prelevi una corrente proporzionale alla tensione integrata, dunque serve usare una altrettanto proporzionale:

$$I_L = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} (V_1 - V_2)$$

$$\rightarrow L_{eq} = \frac{C}{g_{m1} g_{m2}}$$

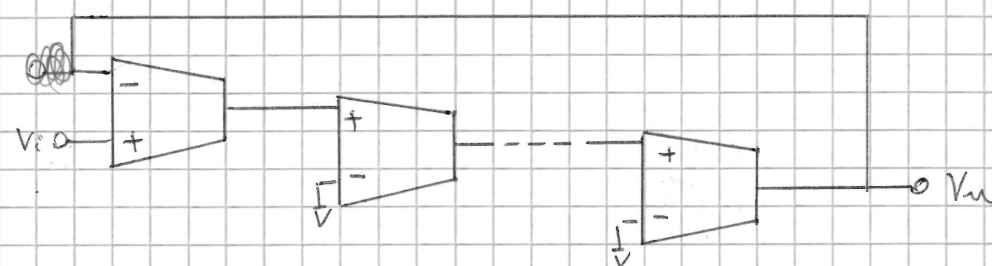


Realizzazione di buffer

Un problema degli OTA è il fatto che, avendo emi impedenza di uscita elevata, possono essere facilmente "condizionati": la funzione di trasferimento del circuito sarà funzione del carico.

Una soluzione per questo fatto è usare come carico un altro OTA, data la sua elevata impedenza di ingresso.

Si avrà qualcosa del tipo:



In uscita da ogni OTA si avrà una certa Y_o .

L'amplificazione globale sarà:

$$V_u = V_{u1} \left(\frac{g_m}{Y_o} \right)^n \left(\frac{g_m}{Y_L + Y_o} \right) (V_{u1} - V_u)$$

$$\rightarrow V_u \left(1 + \left(\frac{g_m}{Y_o} \right)^{n-1} \frac{g_m}{Y_L + Y_o} \right) = \left(\frac{g_m}{Y_o} \right)^{n-1} \left(\frac{g_m}{Y_L + Y_o} \right) V_{u1}$$

Da qui:

$$\frac{V_{u1}}{V_u} =$$

Dove "n" è il numero degli OTA usati.

Ciò è spesso spiegato in molti libri, ma si può anche usare un singolo operazionale come voltage follower: quando si mettono

degli stadi in cascata (2 o 3), si deve compensare, poiché si mettono diversi poli, dunque per compensare si riduce l'amplificazione, e di solito non ne vale la pena.

Tecnica MOSFET-C

Una tecnica alternativa alla realizzazione di filtri è quella MOSFET-C: essa è basata sull'uso di transistori MOS in zona resistiva.

Per questo essi offrono dei problemi, quali il fatto di dover usare degli amplificatori operazionali (che riducono la banda), essendo sempre vicine alle "dampe" (come Sallen-Key) al loro uso, spesso i progettisti preferiscono usarle.

Se in zona resistiva, per $V_{DS} \ll V_{GS} - V_{th}$, si ha che:

$$I_D = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{th}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

La I_D è controllabile, ma dipende anche da V_{DS} , se derivo:

$$\frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{th}) - V_{DS} \right]$$

Questa conduttanza non è costante, ma dipende da V_{DS} , dunque non è lineare.

Per linearizzare si usa una struttura bilanciata, con v_S identica sui due source, v_C sui due gate, v_C e $-v_C$ sugli ingressi-drain.

Facciamo dei conti:

$$i_{D1} = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[(v_C - v_S - V_{th})(v_C - v_S) - \frac{(v_C - v_S)^2}{2} \right]$$

$$i_{D2} = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[(v_C - v_S - V_{th})(-v_C - v_S) - \frac{(-v_C - v_S)^2}{2} \right]$$

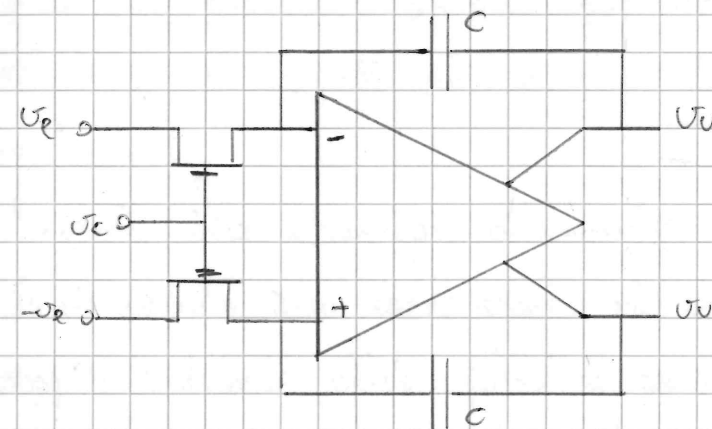
Dunque:

$$i_{D1} - i_{D2} = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[2 v_C (v_C - v_S - V_{th}) + 2 v_C v_S \right] = \mu C_{ox} \frac{W}{L} \left[2 v_C (v_C - V_{th}) \right]$$

Si elimina la dipendenza da v_S , derivando rispetto a v_C e facendolo il reciproco, ottengo:

$$R_{eq} = \frac{1}{2 \mu C_{ox} \frac{W}{L} (v_C - V_{th})}$$

Come si può realizzare questa cosa, senza imparare le v_S negative?



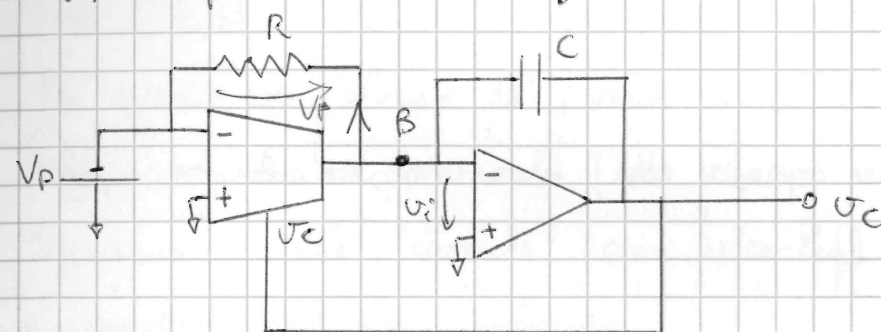
Alcune note: per introdurre il nuovo argomento, si vuole ricordare il problema delle tolleranze di fabbricazione: le g_m si possono controllare con tolleranze del 20%, i condensatori con tolleranze del 10%; le costanti di tempo, pari a $\frac{C}{g_m}$, sono dell'ordine del 30% di tolleranza.

Dal momento che però i rapporti tra grandezze omogenee sullo stesso integrato si riducono a rapporti tra aree, esse possono essere (in rapporto) progettate con tolleranze dell'1%; stessa cosa vale per capacità e resistori.

Vogliamo progettare a partire da questa idea.

In un integrato posso fare qualcosa di questo tipo: se il filtro è costruito con degli amplificatori di transconduttanza, posso introdurre sistemi per la loro gestione, o meglio per la gestione, con precisione, della loro g_m , in modo da regolare g_m con una tensione di controllo v_c .

L'unica può essere la seguente:



Si consideri per ipotesi che, se v_c aumenta, aumenta anche la g_m dell'OTA; l'operazione impone che la v_i vada a 0, dunque che sul nodo B vi sia una massa virtuale; sulla resistenza R cadrà una tensione pari a $+V_p$, con il "+" della parte di "B".

Si ha dunque che V_R coincide con la V_p , ma dunque che:

$$V_R = V_p = g_m V_p R$$

$$\rightarrow g_m = \frac{1}{R}$$

Dunque, a seconda di R , e della sua tolleranza, si ottiene una g_m altrettanto precisa; questa v_c può inoltre essere usata per pilotare gli altri amplificatori di transconduttanza nell'integrato, perché "uguali" a quello che qui otteniamo.

Questa è una reazione negativa: se per caso g_m fosse più grande del dovuto, la tensione sul punto B si alzerebbe, ma dunque

il segnale, invertito e portato al v_c , andrebbe ad abbassare la g_m , "controllandola" mediante questa retroazione.

La capacità C limita la banda passante, dunque il rumore; questo circuito, dopo un transitorio, funziona quasi solo in continua, dunque limitare la banda gli fa bene.

Questo controllo si può fare alla fabbricazione dell'integrato, magari usando un potenziometro.

L'inconveniente è che questo metodo non è automatico: si dovrebbe fare un trimming per ogni oggetto che viene prodotto, e inoltre questo nel tempo non varrebbe più, a causa della temperatura o dell'invecchiamento.

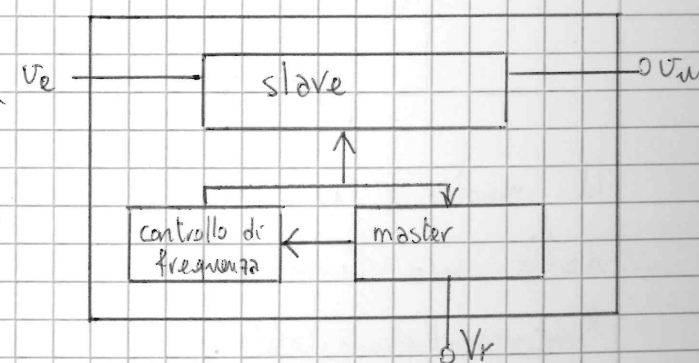
Esistono metodi automatici di trimming: si dovrebbe misurare la frequenza di risonanza e il Q del filtro, dunque cercare automaticamente in modo da aver sempre i parametri corretti.

Quello che si fa dentro l'integrato è implementare il filtro in un punto, e in un altro un dispositivo che produca le grandezze importanti

del filtro, fatto con elementi uguali: questo sarà detto "master".

Il filtro vero e proprio è detto "slave", poiché esso è controllato da ciò che fanno il controllo e il master.

In questo modo lo slave fa solo da filtro, e non dobbiamo mandare in ingresso nessun riferimento. A volte può servir agire sul filtro anche per modificare il Q , ma raramente: essendo il Q un

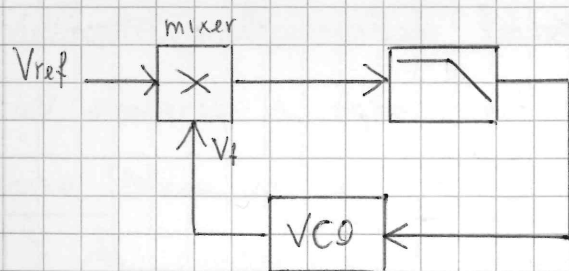


rapporto di grandezza esigenze, esso sarà realizzabile con elevata precisione. Si dovrebbe metter un circuito che agisca sull'ampiezza del segnale.

Alcune osservazioni:

- la frequenza di V_r non deve essere troppo prossima a quella di risonanza, dello slave, se no rischia di sporcare il segnale utile; d'altra parte non deve neanche esser troppo diversa, se no le risposte di master e slave sono troppo diverse.
- se varia la frequenza di V_r , varia il segnale di controllo, dunque la risposta del master, e la frequenza di risonanza del filtro, di conseguenza; ciò significa che il filtro è accettabile dall'esterno: "filtro tracking".

Il blocco master + controllo può esser realizzato con un PLL:

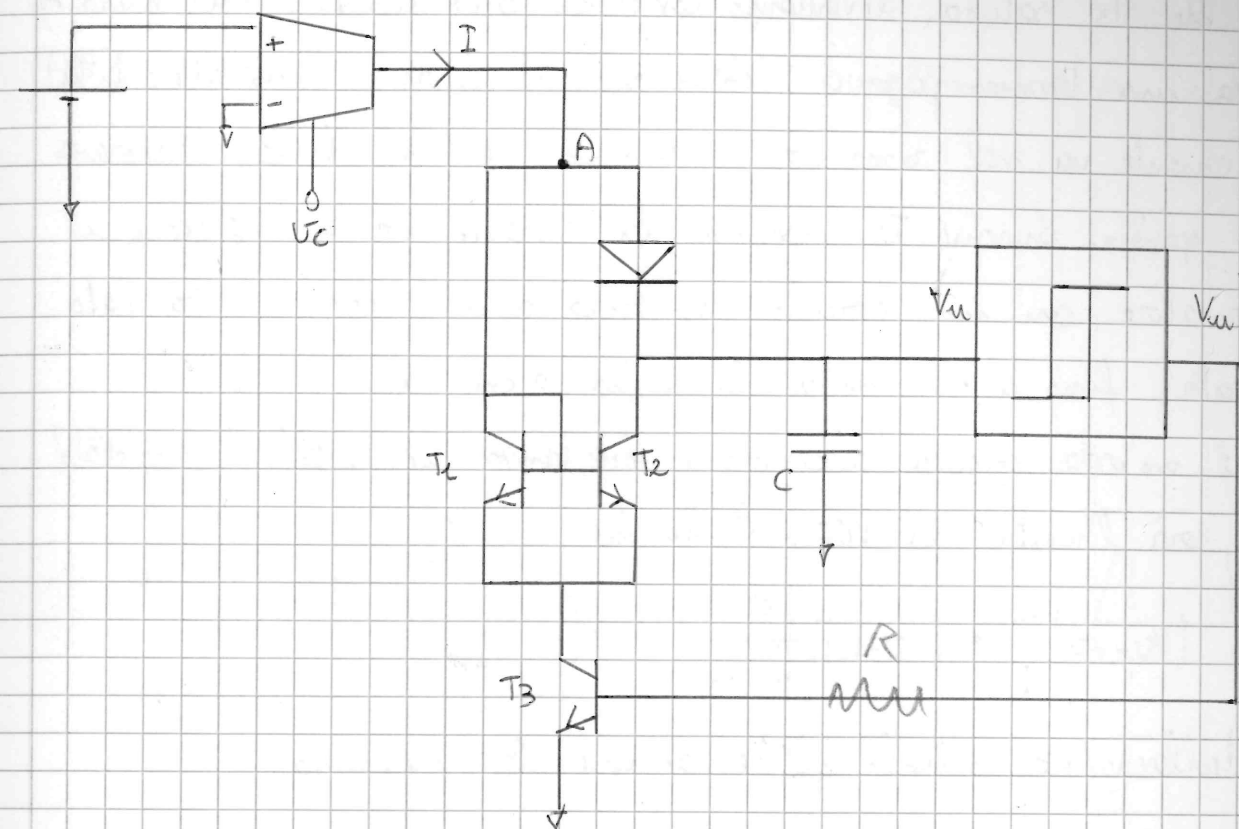


Il master è un VCO, e l'uscita ha una frequenza dipendente dalla sua tensione di controllo.

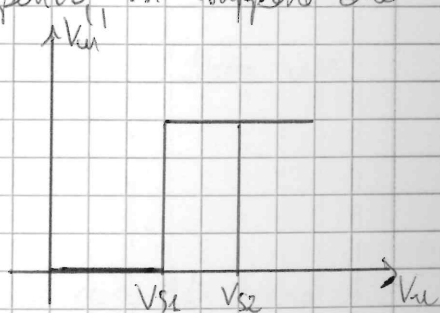
Sostanzialmente, il controllo agisce in modo che, man mano che ci si avvicina alla frequenza giusta, si tende ad agganciarla.

Questa tensione di uscita viene poi mandata allo slave: essa sarà significativa del momento che, nel master, si avrà un componente analogo a quelli dello slave, componente "orbita".

Si propone a questo punto un esempio di schema che si può usare per la realizzazione di un VCO:

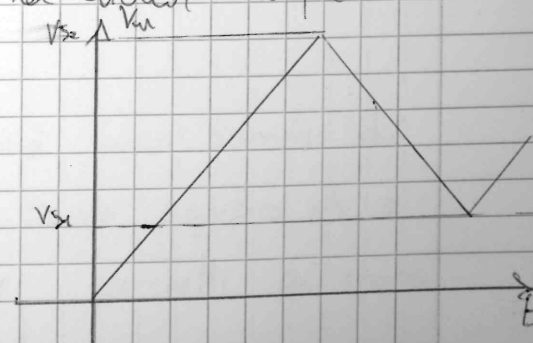


Vediamo come funziona: variando V_c il solito si varia g_m , dunque I , dunque la frequenza; a circuito spento, si suppone che il comparatore (a due soglie, entrambe positive) sia spento; questo significa che V_u è 0 e che dunque il condensatore si scarica.



Quando attaco tutto, tutta la corrente va a caricare la capacità, dal momento che T_3 è interdetto, dunque non passa corrente, dunque neanche in T_1 e T_2 , e tutta la corrente va nel diodo, dunque nella capacità, facendo aumentare V_u linearmente nel tempo.

Quando V_u supera entrambe le soglie, scatta il comparatore, e dunque si



Ma se T_3 satura, diventando come un corto circuito; sul punto A si ha una tensione pari a $V_{sat3} + V_{BE1}$, il diodo si interdice, tutta la corrente va nel ramo con i transistori, e trova il lato debole dello specchio, dunque T_2 riaspira la corrente, va a scaricare il condensatore, con in modulo la stessa corrente con cui era stato caricato, fino a V_{SE} . Scatta la soglia, e c'è via.

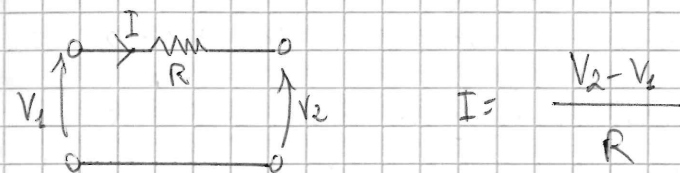
Vu' è un'onda quadra alla stessa frequenza di quella triangolare: essa sarà l'usata del VCO. Si ha che:

$$T_1 = (V_{SE} - V_{SE}) \frac{C}{I} = (V_{SE} - V_{SE}) \frac{C}{g_m V_T}$$

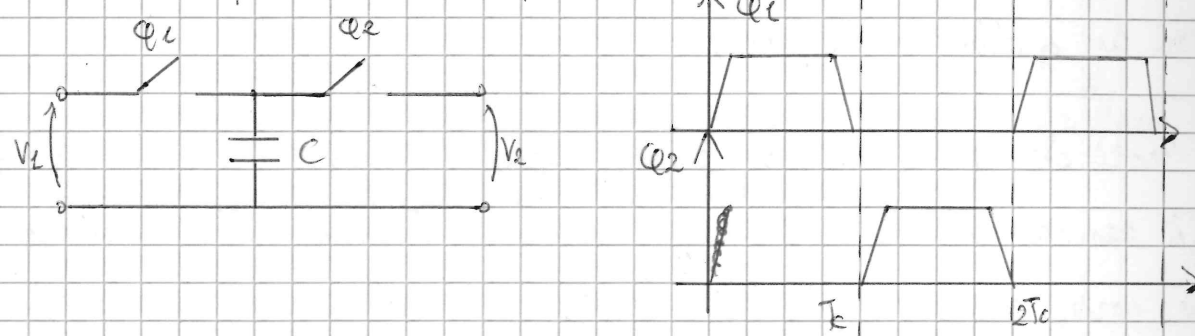
Controllando V_C controllo g_m , e dunque la frequenza.

Filtri a capacità commutate

A questo punto, al posto dei resistori, vogliamo avere un qualche processo tempo-discreto.



Utilizziamo qualcosa di questo genere:



Si deve assolutamente evitare che Q_1 e Q_2 siano entrambi chiusi: ciò porterebbe ad avere un corto tra V_1 e V_2 .

Quindi: se apro Q_2 , chiudo Q_1 , ho V_1 ai capi di C , dopo un transitorio, la carica sarà:

$$Q_1 = V_1 C$$

Poi, se apro Q_1 , chiudo Q_2 , e suppongo $V_1 > V_2$, la capacità dovrà cedere una carica pari a ΔQ :

$$\Delta Q = (V_1 - V_2) C$$

Dunque alla fine:

$$Q_2 = V_2 C$$

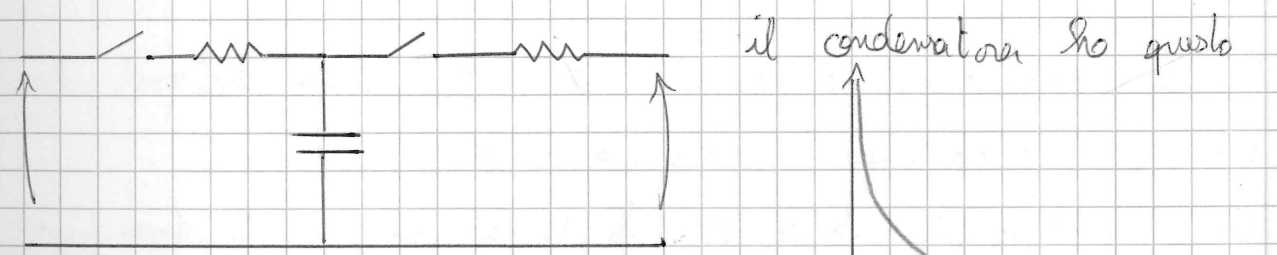
Allora, se apro e chiudo, ogni volta vi sarà uno scambio di carica, e aggiungere e togliere questo ΔQ ; questo significa che, a ogni ciclo, la capacità andrà a scambiare dei "pacchetti" di carica.

La corrente che passa, I , sarà:

$$I = \frac{\Delta Q}{T_c} \quad \left[\begin{array}{l} \text{dove } T_c \text{ è il periodo del clock che intercorre per il} \\ \text{ciclo} \end{array} \right]$$

Si ricordi che questa è una corrente "granulosa", quantizzata; per vederla "fluida" devo avere segnali a frequenze ben più ^{basse} di quelle usate per pilotare il circuito: la velocità con cui v_1 e v_2 deve essere sufficientemente più bassa di quella di switching (più di quella di Nyquist).

Si noti che, anche se non sembra, questo sistema dissipa potenza: ciò deriva dal fatto che gli interruttori hanno delle resistenze in serie, quando li chiudo. L'aperta del v_1 quindi carica



andamento della corrente: all'inizio, ho V/R_s (tutto cade su di essa, essendo il condensatore vuoto come un corto); poi:

$$i_c(t) = \frac{V}{R_s} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

L'energia sarà pari a:

$$E = \int_0^{\infty} V \cdot \frac{V}{R_s} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) dt = -\frac{V^2}{R_s} RC \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \Big|_0^{\infty} = \frac{V^2}{R_s} RC = V^2 C$$

Sapendo che l'energia immagazzinata in una capacità è:

$$E_c = \frac{1}{2} CV^2;$$

Ho che, in R_s , si dissipa metà della potenza, mentre l'altra metà si accumula in C ; quando poi svuoto la capacità, lo faccio su un'altra resistenza, dove smetterò l'altra metà di CV^2 ; avendo che:

$$P = \frac{E}{T} = \frac{E}{T_c} = V^2 \frac{C}{T_c} = \frac{V^2}{R_{eq}}$$

Ho che la potenza si dissipa in questa R_{eq} ! Questa struttura, dunque, dissipa esattamente la stessa potenza dell'altra!