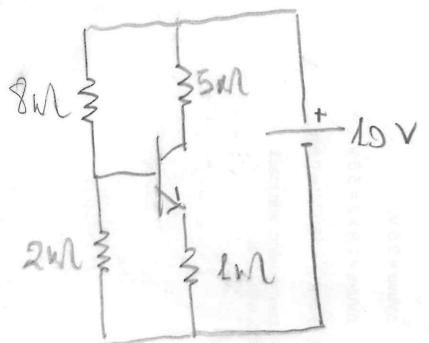


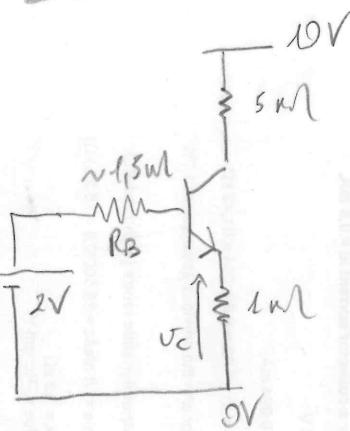
# Esercizi Elettronica Analoga II

1) Calcolo del punto di lavoro:



Theremin

$$10 \cdot \frac{2}{10} = 2V$$



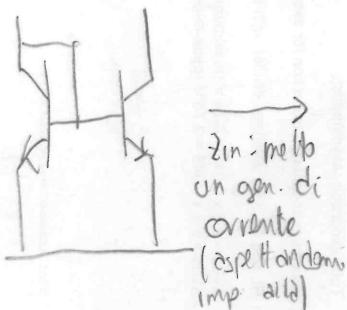
In prima appross.

$$V_{RB} \approx 0$$

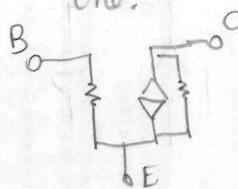
$$\rightarrow V_C \approx 2V - U_{BE} \\ \approx 1.4V$$

$$I_C \approx I_E \approx 1.4mA \\ V_{CE} \approx 10 - [5k + 1k] / 1.4mA$$

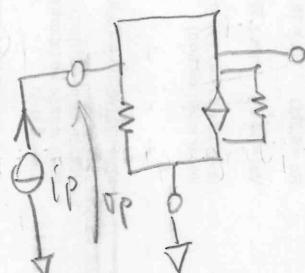
2) Specchio di corrente:  $Z_{in}$ ,  $Z_{out}$ .



Ricordo che:



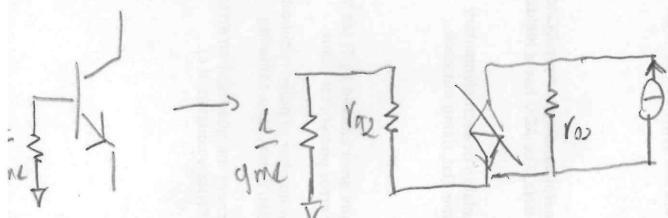
Connessione "a diodo":



$$i_P = \frac{U_P}{R_{in}} + \frac{U_P}{R_o} + g_m U_P \rightarrow \frac{U_P}{i_P} \approx \frac{1}{g_m} = Z_{in}$$

Ricorda: ciò è vero ogni volta che si guarda dentro un transistore (BJT o FET) connesso a diodo.

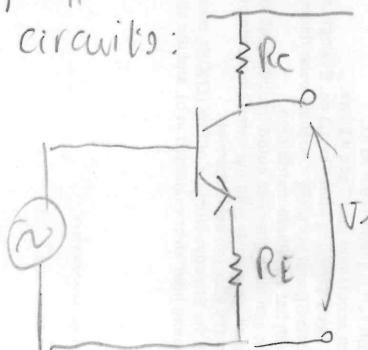
N'usato:



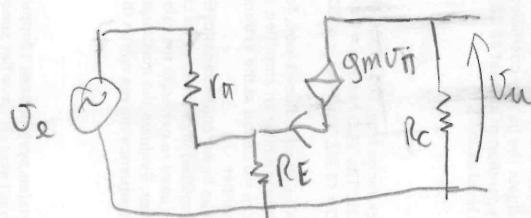
Non ho tensioni di pilotaggio a "sinistra", dunque tutta  $i_P$  va solo in  $R_o$ :

$$\rightarrow Z_{out} \approx R_o$$

3) Supponendo di aver polarizzato in rete il transistore, calcolare l'amplificazione del circuito:



Uso il modello di segnale: trascurro  $R_o$ .



Nota: questo NON è un partitore di tensione.

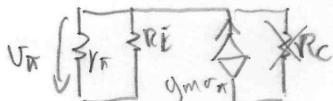
Ricordo che:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{\beta}{R_E}$$

Provo con la sovrapposizione degli effetti:

$$\frac{1}{R_{in}} = V_E \frac{R_A}{R_A + R_E}$$

$$V_{in} = -g_m V_B (R_A + R_E)$$



$$V_{in} = V_E \frac{R_A}{R_A + R_E} - g_m V_B (R_A + R_E)$$

$$\rightarrow V_{in} = V_E \left( 1 + \frac{R_A}{R_A + R_E} \right)$$

$$\rightarrow V_{in} = V_E \frac{R_A}{R_A + R_E} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_E}}$$

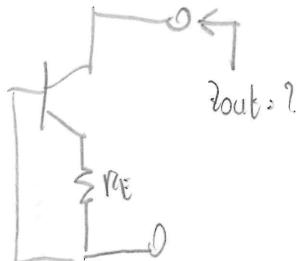
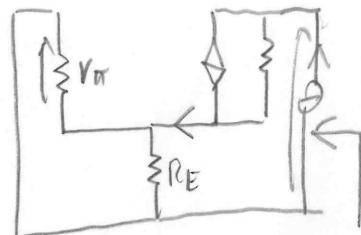
$$\rightarrow V_{in} = V_E \frac{R_A}{R_A + R_E} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R_E}} = g_m V_B R_A$$

2

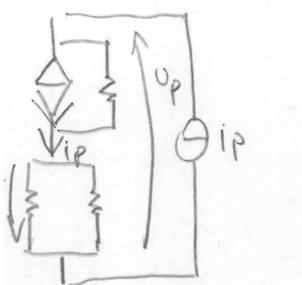
$$\hookrightarrow V_{\pi} = V_e \frac{r_a}{r_a + R_E + g_m r_a R_E} \quad i \quad i_c = g_m v_{\pi} = \frac{g_m r_a V_e}{r_a + R_E + g_m r_a R_E} \quad \therefore V_{\pi} = -i_c R_C$$

$$\rightarrow A_o = + \frac{V_{\pi}}{V_e} = - \frac{g_m r_a R_C}{r_a + R_E + g_m r_a R_E} \quad \text{Ma} \quad \beta = g_m r_a \rightarrow - \frac{g_m \beta}{r_a + (\beta + 1) R_E}$$

4) Calcolare l'impedenza di uscita del seguente circuito: (tenere conto di  $r_o$ )  
Mi aspetto un'alta impedenza:  $\square$ !

 $\Rightarrow$ 

Vedo che avrò fuori dal parallelo di  $\square$  e  $\frac{1}{r_o}$ ,  $\frac{1}{r_a + R_E}$ :



$$V_p = +i_p r_a + R_E + (i_p - g_m v_{\pi}) r_o \quad \text{ma} \quad V_{\pi} = -i_p r_a + R_E$$

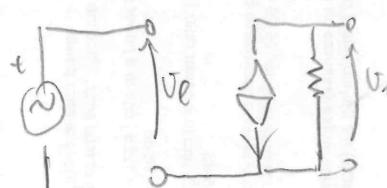
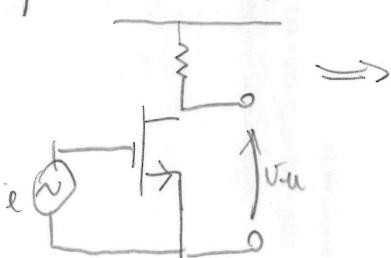
$$V_p = -V_{\pi} + V_{\pi} = i_p r_a + R_E + r_o i_p + g_m i_p r_a + R_E r_o$$

$$\frac{V_p}{i_p} = (r_a + R_E)(1 + g_m r_o) + r_o = Z_{out}$$

$$\text{Svolgo i conti: } \frac{r_a R_E}{R_E + r_a} (1 + g_m r_o) + r_o = \frac{R_E}{R_E + r_a} (r_a + \beta r_o) + r_o$$

Nota:  $\beta r_o$  è enorme, dunque prevale. Questo è un effetto della controreazione  $\beta o$ .

5) Calcolare  $V_{\pi}/V_e$ :



$$V_{\pi} = V_e \quad i$$

$$i_c = g_m V_{\pi} \quad ;$$

$$V_{\pi} = -R_C g_m V_e$$

$$\rightarrow \frac{V_{\pi}}{V_e} = -R_C g_m$$

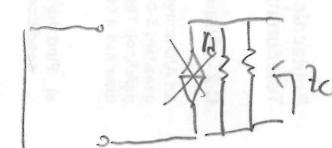
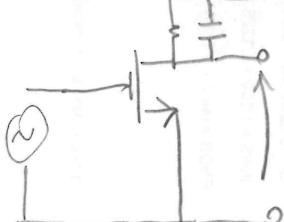
6) Calcolare l'andamento in frequenza del circuito:

A frequenze basse,  $\frac{1}{j\omega C} \gg R_C$ , quindi è aperto:

$$A_o \approx -R_C g_m$$

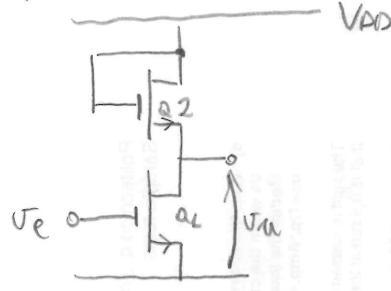
Si ha poi un polo: spezzo il generatore, e vedo che esso vale:

$$f_p = \frac{1}{2\pi C (R_o + R_C)} \propto \frac{1}{2\pi C R_C}$$



3

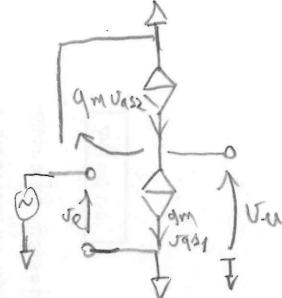
f) Negli integrati, tolgo  $R_C$  e metto un altro MOSFET:



Si noti, per  $Q_2$ , che  $V_{DS} = V_{GS_1}$  dunque

$$V_{DS} > V_{DS\text{th}}$$

Il circuito equivalente sarà:

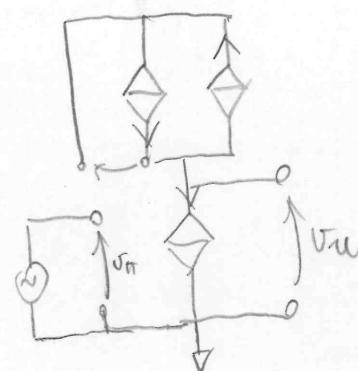
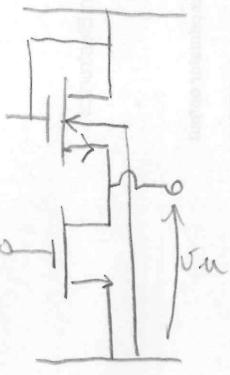


Ho che  $v_{gs2} = v_E$  (evidentemente), e che, per forza,

$qmv_{gs2} = qmv_E$  [Ma dal disegno si può evincere che, essendo per il segnale  $qmv_{gs2}$  a 0, ed escluder il collegamento, che  $v_u = -v_E$ ]

$$\hookrightarrow -qm_2 v_u = qm_1 v_E \rightarrow \frac{v_u}{v_E} = -\frac{q_m}{q_m 2} \quad \left[ \text{Ciò non stupisce: se guardo dentro a } Q_2, \text{ vedo } \frac{1}{q_m 2} \text{ come impedenza!} \right]$$

g) In realtà, i bulk sono tutti collocati allo stesso riferimento, in un integrato: Come cambia ciò? Vediam il modello:



Ora ho che:

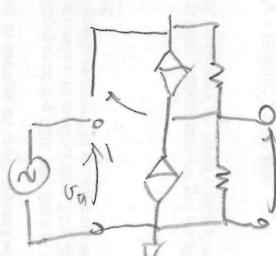
$$qm_1 v_E = qm_2 v_{gs2} - qm_2 v_{sb2}$$

$$\text{Ha: } v_{sb2} = v_u, v_{gs2} = -v_u$$

$$\hookrightarrow \frac{v_u}{v_E} = \frac{-q_m}{q_m 2 + q_m s_b}$$

h) Variante migliorata dello schema precedente: ora i bulk, per il segnale, sono a gr. La batteria mantiene  $v_{gs2}$  costante.

Il modello è:

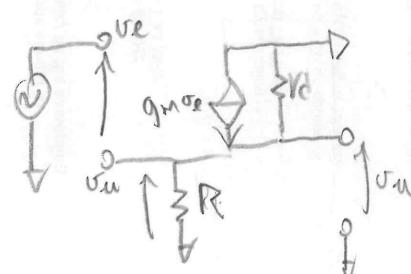


$$\frac{v_u}{v_E} = -\frac{q_m}{q_m 2} R_{d1} \oplus R_{d2}$$

Circuito molto bello ma difficile da programmare: è difficile mandar entrambi i MOSFET in saturazione.

i) Si introduce una variante dello schema di partenza:

Modello:



$$v_u = qm v_{gs} R_E$$

$$v_{gs} = v_E - v_u$$

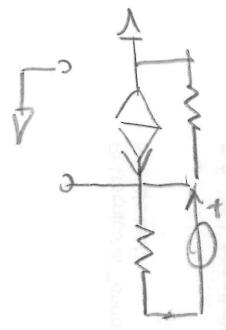
$$\hookrightarrow (v_E - v_u) qm R_E = v_u$$

$$\hookrightarrow v_u (1 + qm R_E) = qm R_E v_E$$

$$\hookrightarrow \frac{v_u}{v_E} = \frac{qm R_E +}{1 + qm R_E} \quad R_E = R \oplus R_d$$

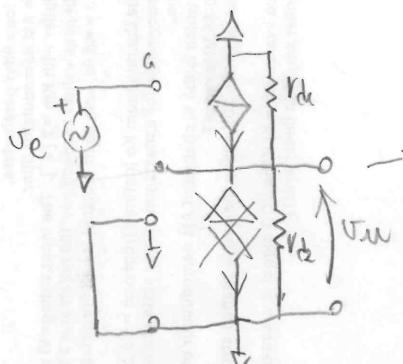
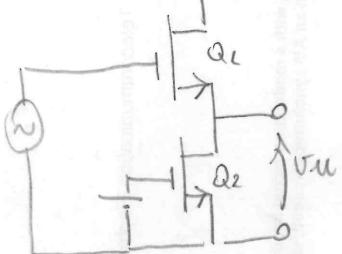
Calcolarne il quadripolo.

Provo a calcolarne la resistenza di uscita: ma l'aspetto basso, dunque:



$$i_P = \frac{V_P}{R} + \frac{V_P}{r_o} + g_m V_P \rightarrow \frac{V_P}{i_P} \approx R \oplus r_o \oplus \frac{1}{g_m}$$

1) Versione integrata del precedente:



si vede che il generatore sotto è spento, dunque che:

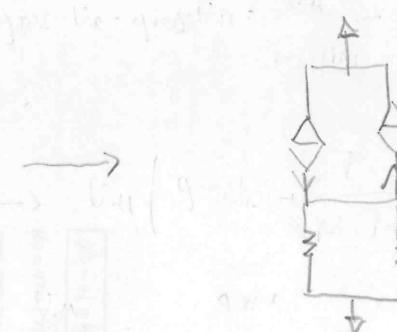
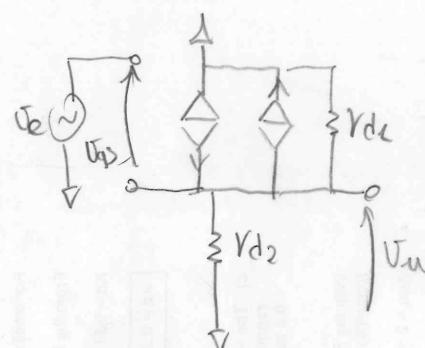
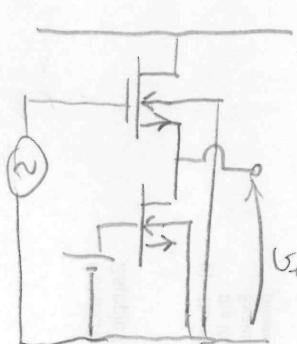
$$V_{GS} = V_e - g_m V_{GS} R_{D1} \oplus R_{D2}$$

$$\rightarrow V_e = \frac{l}{l + g_m R_{D1} \oplus R_{D2}}$$

$$\rightarrow V_{GS} = g_m V_{GS} R_{D1} \oplus R_{D2}$$

$$\rightarrow V_d = \frac{g_m V_{GS} R_{D1} \oplus R_{D2}}{V_{GS} + V_d}$$

Tenendo conto della transconduttanza di bulk:



$$V_{GS} = V_e - V_{u1} \quad V_{u1} = [g_m V_{GS} - g_{mb} V_{SB}] R_o \quad \text{dove } R_o = R_{D1} \oplus R_{D2}$$

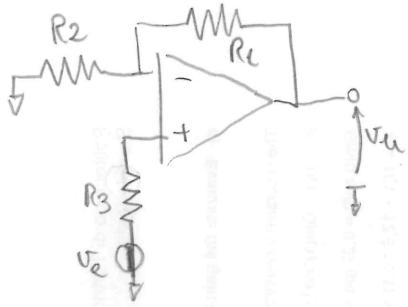
$$V_{SB} = V_{u1}$$

$$\rightarrow V_{u1} = [g_m V_e - g_m V_{u1} - g_{mb} V_{u1}] R_o$$

$$\rightarrow V_{u1} [1 + (g_m + g_{mb}) R_o] = g_m V_e R_o$$

$$\rightarrow \frac{V_{u1}}{V_e} = \frac{g_m R_o}{1 + (g_m + g_{mb}) R_o}$$

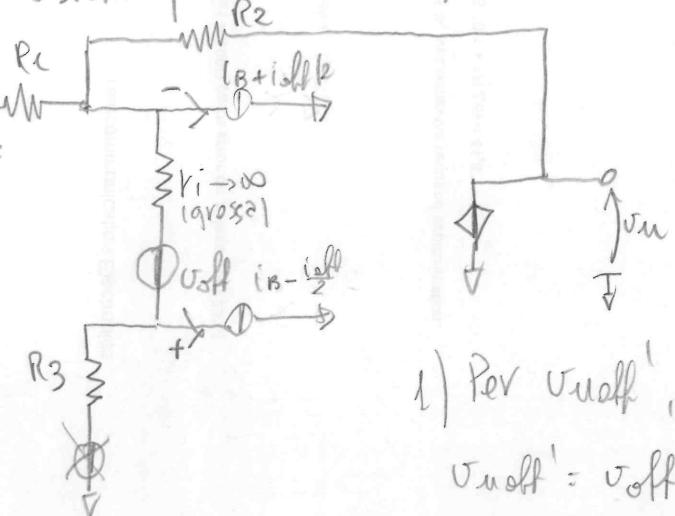
Studiare questo circuito tenendo conto di offset e derive



La fdt ideale è:  $\frac{V_{in}}{V_{out}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

In pratica, come si comporta "non idealmente" questo circuito?

Usiam questo modello:



Vogliamo vedere  $v_{u1\text{offset}}$  quanto vale.

Per far ciò, useremo la sovrapposizione degli effetti:

$$V_{u1\text{offset}} = V_{u1\text{off}'} + V_{u1\text{off}''} + V_{u1\text{off}'''}$$

1) Per  $V_{u1\text{off}'}$ ,

$$V_{u1\text{off}'} = v_{\text{off}} \left[ 1 + \frac{R_2}{R_L} \right] i$$

2) Per  $i_B + i_{\text{off}/2}$ : in  $R_1$  non va quasi nulla, quindi  $V_d$  c'è tutto su  $R_L$ , essendo  $R_L$  tra OV e OV

$$\hookrightarrow V_{u1\text{off}''} = R_2 \left[ i_B + i_{\text{off}/2} \right] i$$

3) Per  $i_B - i_{\text{off}/2}$  ho che  $R_1$  blocca, dunque tutto  $V_d$  su  $R_3$ ; qua cadrà una tensione pari a:

$= -R_3 \left[ i_B - i_{\text{off}/2} \right] i$  questa sarà amplificata secondo la formula dell'amplificatore non invertente:

$$\hookrightarrow V_{u1\text{off}'''} = -R_3 \left( i_B - i_{\text{off}/2} \right) \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right)$$

Applico la sov. degli effetti:

$$V_{u1\text{off}} = v_{\text{off}} \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) + R_2 \left( i_B + i_{\text{off}/2} \right) - R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) \left( i_B - i_{\text{off}/2} \right) =$$

$$= v_{\text{off}} \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) + i_B \left( R_2 - R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) \right) + i_{\text{off}/2 \left( R_2 + R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_L} \right) \right)}$$

$\hookrightarrow$  Se  $R_2 = R_3 \left( \frac{R_L + R_2}{R_L} \right)$ , dunque  $R_3 = \frac{R_L R_2}{R_L + R_2} = R_L \oplus R_2$ , il termine in  $i_B$

si annulla! p.s. si fa in modo che  $i_{\text{off}} R_2 \ll V_{\text{off}} \frac{R_L + R_2}{R_L}$  (ma non troppo poco (ridici l'altro, senza esagerare)).

L'amplificazione di modo comune sarà (a frequenza 0):

$$\downarrow \quad i_L = g_m v_{gs} ; \quad v_{gs} = V_C - i_L \cdot 2R_S$$

$$\hookrightarrow v_{gs} = V_C - 2g_m v_{gs} R_S \rightarrow v_{gs} = \frac{V_C}{1 + 2g_m R_S}$$

$$\hookrightarrow i_L = \frac{g_m V_C}{1 + 2g_m R_S} \approx \frac{V_C}{2R_S} \approx i_L \quad \text{(dal momento che cancellano i contributi delle } g_m)$$

Le  $R_S$  introducono controllazione!

Se tollero errore sulle aree dello specchio:

$$i_L' = i_L(1 \pm \epsilon)$$

$$\hookrightarrow i_L' - i_L \approx i_L(1 \pm \epsilon) - i_L \approx \pm \epsilon i_L \approx \pm \epsilon \frac{V_C}{2R_S}$$

$$\hookrightarrow v_{in} = \pm \epsilon \frac{V_C}{2R_S} v_o \Rightarrow A_{in} = \pm \epsilon \frac{v_o}{v_{in}} \quad \left[ \begin{array}{l} \text{questo è il guadagno di modo} \\ \text{comune a bassa frequenza!} \end{array} \right]$$

$$\omega_{ps} \approx \frac{\frac{L}{(C_S + C_S) \frac{L}{2}}}{\frac{gm}{2}} = \frac{gm}{C_S \cdot \frac{L}{2}}$$

Può poi capitare che su  $2R_S$  ci sia tensione nulla; ciò capita se su  $\frac{C_S}{2}$  e  $2R_S$  ci sta la stessa tensione; se

$$2R_S = \frac{L}{j\omega \frac{C_S}{2}} \rightarrow j\omega_i = \frac{L}{C_S R_S}$$

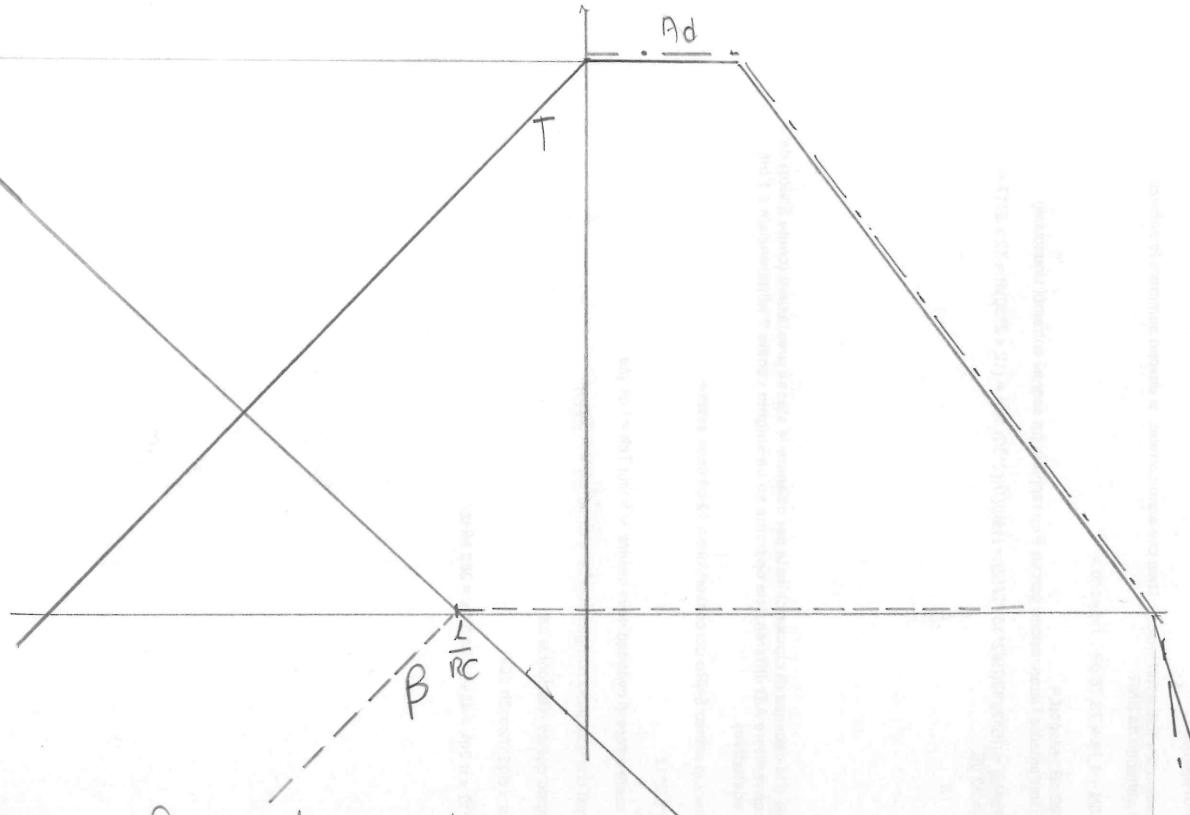
non si tiene conto di  $C_S$  perché se la corrente è nulla sul parallelo lo è anche su  $C_S$

Si ha poi uno zero di trasmissione per  $C_B$ :

$$i_L' = i_L(1 \pm \epsilon) \cdot \frac{L}{1 + j\omega \frac{C_S}{gm^3}} ; \quad i_L' - i_L = i_L' - i_L = i_L(1 \pm \epsilon) \frac{L}{1 + j\omega \frac{C_S}{gm^3}} - i_L =$$

$$= i_L \left[ \frac{1 \pm \epsilon - j\omega \frac{C_S}{gm^3}}{1 + j\omega \frac{C_S}{gm^3}} \right] = \pm i_L \epsilon \left[ \frac{1 \pm j\omega \frac{C_S}{gm^3}}{1 + j\omega \frac{C_S}{gm^3}} \right]$$

Studiamo il diagramma di Bode delle varie grandezze:



Se studiamo  $\beta$ , vediamo che esso vale:

$$\beta = \frac{2s}{2s+2L} = \frac{R}{R+\frac{L}{sC}} = \frac{sRC}{s^2+2sRC} \quad \begin{cases} \text{ha uno zero in } 0 \text{ e un polo per } s = -\frac{L}{RC} i \\ \text{per } s \rightarrow \infty, |\beta| \rightarrow 1, \text{ dunque } 0 \text{ dB.} \end{cases}$$

Dunque:

a) È stabile, poiché  $T = Ad\beta$  e  $|T| = 1$  ha  $\angle(T) < 180^\circ$

b) Questo sistema fa bene il proprio mestiere in questo range: di sicuro, avendo il polo  $iL$ , andrà per  $\frac{L}{RC} i$  il proprio mestiere lo farà finché  $|T| \gg 1$ !

La differenza da prima è che il range è limitato sia inferiormente sia superiormente: se  $|T| > 1$ ,  $|A_T| \approx |Ad|$ , ma sopra  $Ad$  non si può andare, poiché l'operazionale non ce la fa!

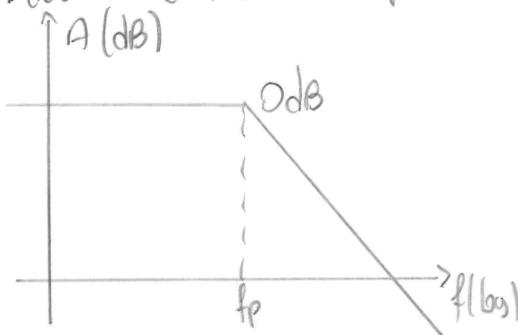
Poi, per  $|T| \ll 1$ ,  $|A_T| \approx |Ad|/|T|$ , ma dunque, visto che  $|T|$  scende a  $-40 \text{ dB/dec}$ , essendo

dopo il II° polo, e  $|Ad|$  ha un polo,  $A_T$  diminuisce a  $-60 \text{ dB/dec}$ .

La frequenza di taglio inferiore è quella che si ottiene tagliando  $Ad_{\text{iso}}$  con una retta a  $-20 \text{ dB/dec}$  passante per  $\frac{L}{RC}$ :  $f_{\min} = \frac{L}{RC Ad_{\text{iso}}} \quad (f_{\max} \approx f_T)$ .

Esercizio teorico - importante da ricordare.

Data una fdt del tipo:



Qual è la sua banda equivalente  $B_{eq}$ ?  
La fdt del filtro ha forma:

$$A(j\omega) = \frac{L}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p}}$$

Data in ingresso una densità di rumore bianco in ingresso  $N_i$ , si ha:

$$N_u = \int_0^{\infty} N_i |A(j\omega)|^2 d\omega = N_i \int_0^{\infty} \left| \frac{L}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p}} \right|^2 d\omega = N_i \int_0^{\infty} \frac{L}{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_p} \right)^2} d\omega = \omega_p N_i \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) \Big|_0^{\infty}$$

$$= N_i \omega_p \frac{\pi}{2}$$

Data un filtro con  $N_u$  identica e a pareti esattamente verticali:

$$N_u = \int_0^{\omega_n} N_i \times 1 d\omega = N_i \omega_n = \frac{\pi}{2} N_i \omega_p \Rightarrow \omega_n = \frac{\pi}{2} \omega_p$$

In un rumore flicker: si ha, nota la densità  $N_e$  è una frequenza  $f_e$ ,

$$N(f) = \frac{N_e f_e}{f} \quad [\text{Se infatti } f = f_e, N(f) = N_e !!]$$

Volendo calcolare la potenza di rumore tra due frequenze:

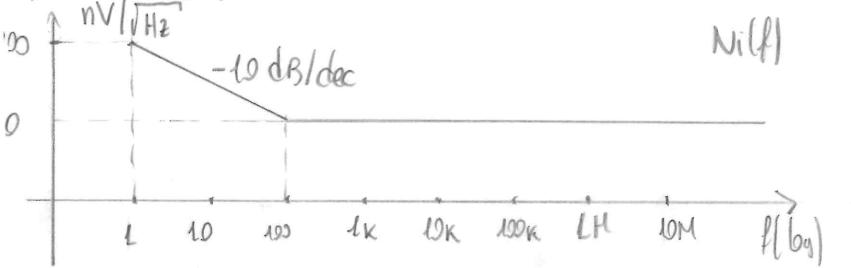
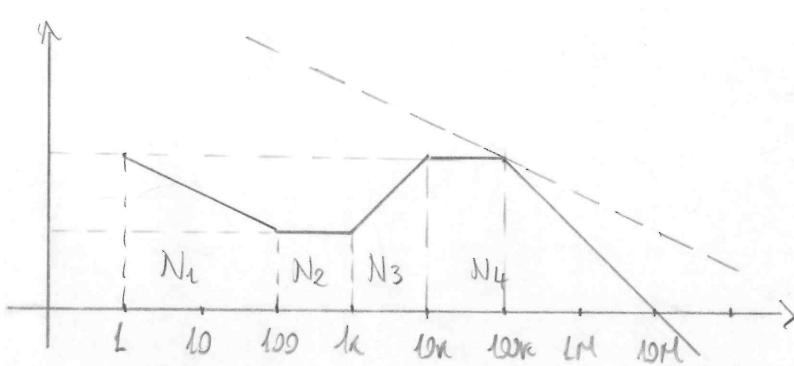
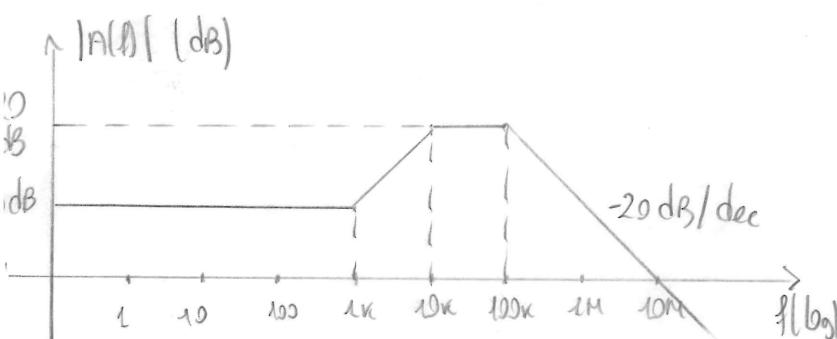
$$P = \int_{f_2}^{f_3} \frac{N_e f_e}{f} df = N_e f_e \ln \left| \frac{f_3}{f_2} \right|$$

La potenza associata a rapporti di frequenza uguali è uguale! Es.: da 10 a 100 Hz,  
o da 1 kHz a 10 kHz!



## Esercizio

Si considerino una  $V_n$  e una fdt siffatte:

 $N(f)$ 

Il grafico risultante sarà dato dalla "somma" di questi due grafici (lessendo essi in dB e dunque noi far il prodotto).

L'obiettivo è: calcolare la potenza di rumore tra  $1\text{Hz}$  e  $\infty$ .

A questo punto, si opera nella seguente maniera: si scomponga in 4 contributi la potenza, e la si calcola, usando le già note idee (prima richiamate).

Vediamo che:

$$P_{N1} = N(1) \ln\left(\frac{100}{1}\right) = (20 \times 10^{-9})^2 \times \ln(100) = 186,2 \times 10^{-3} \text{ (nV)}^2$$

Questo, usando la semplice formula della potenza per il rumore flicker

$$P_{N2} = N(100) \times (1000 - 100) = 360 \times 10^{-3} \text{ (nV)}^2$$

Questo, facendo base x altezza! La base è  $1000\text{Hz} - 100\text{Hz}$ , l'altezza la  $N(100\text{Hz})$ !

Poi:

$$P_{N3} = \int_{1000}^{10000} \frac{N(1000)}{(1000)^2} f^2 df = \frac{(20 \times 10^{-9})^2}{1 \times 10^6} \frac{f^3}{3} \Big|_{1000}^{10000} = 133 \times 10^{-6} \text{ (nV)}^2$$

Qua, si ha che il guadagno aumenta con  $20 \text{ dB/dec}$ , ossia che si va come  $10 \log(f^2)$ ; si avrà dipendenza da  $f^2$ ; inoltre, ora, si dovrà normalizzare per la frequenza al quadrato: tipo come col flicker:

$$N(f) = \frac{N(f_i) f^2}{f_i^2} \quad [\text{se } f: f_i, \text{ si ha } N(f)] \quad \text{Dunque si "ricordi" che si deve usare } f^2!$$

Infine, per  $P_{N4}$ , si può far qualcosa di un po' più particolare: da 10 kHz in poi, l'andamento è quello di un filtro passa-basso!

Ciò che si può fare è usare il risultato "famoso" del passa-basse, e togliere tutto ciò che sta prima del calcolo della potenza, e si può vedere che esso è un rettangolo!

La parte tralleggiata è:

$$N(10k) \times 10000 = 400 \times 10^6 \text{ (nV)}^2$$

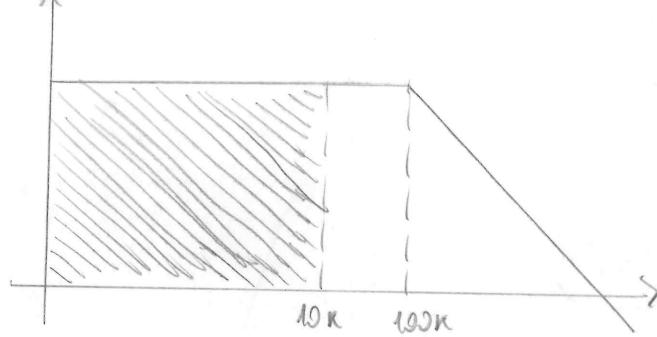
Tutta la potenza vale:

$$100k \times \frac{\pi}{2} \times N(10k)$$

Dunque:

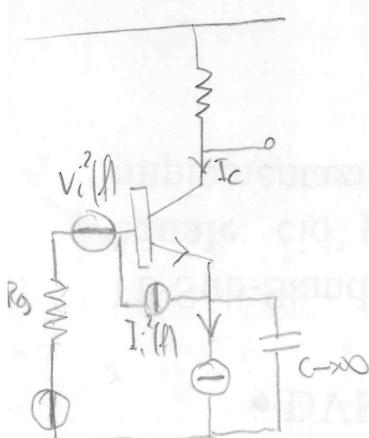
$$P_{NL} = (200 \times 10^{-9})^2 \left[ \frac{\pi}{2} \times 100k - 10^4 \right] = 588 \times 10^{-9} \text{ (nV)}^2$$

$$P = P_{N1} + P_{N2} + P_{N3} + P_{NL}$$



Alternativa "ruspante" è: tracciare la tangente rosa, dunque ricordare che i contributi "pesanti" sono solo quelli vicini a essa, e calcolare solo per essi la potenza: essi saranno di gran lunga i più influenti!

Dato il seguente circuito, minimizzare il rumore rispetto alla corrente di polarizzazione. Si includono nel disegno i vari contributi.



Come fonti di rumore si considerano  $V_i^2$ ,  $I_i^2$ ,  $R_g$

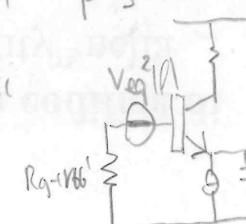
$$I_B = \frac{I_c}{\beta}$$

Dalla teoria:

$$V_i^2(f) = 4k_B T \left[ R_{bb'} + \frac{L}{2gm} \right] ; \quad I_i^2(f) = 2q \left[ I_B + \frac{K}{f} + \frac{I_c}{\beta^2} \right] \approx 2q I_B \approx 2q \frac{I_c}{\beta}$$

$$V_{Rg}^2(f) = 4k_B T R_g$$

Si fa un equivalente Thévenin dei contributi di rumore, che saranno:  $V_i^2$ , la caduta di  $I_i^2$  su  $R_{bb'}$  in serie a  $R_{bb'}$ , e  $V_{Rg}^2$ .



$$(k_B T R_g)$$

$$(eq^2(f)) = 4k_B T \left[ R_{bb'} + \frac{L}{2gm} + R_g \right] + 2q \frac{I_c}{\beta} [R_g + R_{bb'}]^2$$

$$\text{ma } gm = \frac{I_c}{V_t}$$

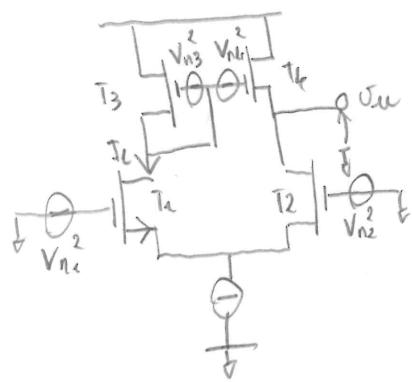
$$\rightarrow V_{eq}^2(f) = 4k_B T \left[ R_{bb'} + R_g + \frac{V_t}{2I_c} \right] + 2q \frac{I_c}{\beta} [R_g + R_{bb'}]^2 ; \quad \begin{bmatrix} \text{vo bendo calcolarne il minimo rispetto} \\ \text{a } I_c, \text{ calcolo la der. valuta e lo annullo} \end{bmatrix}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial V_{eq}^2(f)}{\partial I_c} = -2k_B T \frac{V_t}{I_c^2} + \frac{2q}{\beta} [R_g + R_{bb'}]^2 = 0 \rightarrow I_c^2 = \frac{k_B T V_t}{q} \frac{\beta}{[R_g + R_{bb'}]^2} = \left[ \frac{k_B T}{q} \right]^2 \frac{\beta}{[R_g + R_{bb'}]^2}$$

$$\hookrightarrow I_c = \frac{k_B T}{q} \frac{\sqrt{\beta}}{R_g + R_{bb'}}$$

$\left[ \text{e poi si verifica che la derivata seconda è iri nulla} \right]$

Studiare il rumore in uscita per il seguente circuito:



Si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$V_{u4}^2 = g_{m1}^2 V_{in}^2 R_{out}^2 \quad [\text{dove } R_{out} \text{ è e sarà } R_{out} + R_{ds}]$$

Cosa capita in modo "rispettivo"? Se faccio  $g_{m1}^2 V_{in}^2$  otengo la corrente  $I_C$ ; essa essendo sul lato doble dello specchio viene (per la nostra approssimazione) specchiata su  $T_{L1}$ ; l'usata sarà questa moltiplicata per le resistenze "viste", ossia  $R_{out} = R_{out} R_{ds}$  [il quadrato, trattandosi di potenze].

$$V_{u2}^2 = g_{m2}^2 V_{in}^2 R_{out}^2 \quad [\text{si calcola la corrente e si moltiplica per la resistenza}]$$

$$V_{u4}^2 = g_{m4}^2 V_{in}^2 R_{out}^2 \quad [\text{come sopra}]$$

Per  $V_{u3}^2$  conviene spendere qualche parola in più: essa è introdotta sul lato debole di uno specchio di corrente, dunque su di un circuito amplificatore di tensione (dal momento che la resistenza di ingresso,  $\frac{1}{g_{m1}}$ , è tendenzialmente bassa, e la tensione tende a non "attaccarsi"), ma  $V_{in}^2$  è anche in ingresso a  $T_L$ ! Qua "atterrisce" come (altissima imp. di ingresso)

$$\Rightarrow V_{u3}^2 = g_{m2}^2 V_{in}^2 R_{out}^2$$

Rumore su amplificatore operazionale

Calcolare  $V_{u4}|_{\text{rumore}}$  per il seguente circuito:

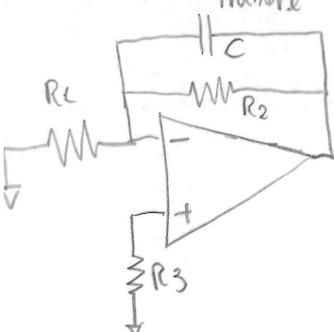
$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega; R_2 = 100 \text{ k}\Omega; R_3 = 9 \text{ k}\Omega; C = 160 \text{ pF};$$

$$V_i(f) = 20 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \quad [\text{bianco}], I_i(f) = 0,6 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad [\text{bianco}]$$

$$f_T = 10 \text{ MHz}; T = 300 \text{ K}; K_B = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Come si procede? Beh, prima di tutto, si ridisegna lo schema con tutti i generatori di rumore; nel caso degli operazionali, poi, si può scegliere con una certa libertà dove mettere  $V_{off}$  e dove semmare (sottrarre  $I_{off}$ ), dunque si scelga il modo più furbo; fatto ciò, si calcoli, per ogni generatore di rumore, la funzione di trasferimento, si sommi tutto sull'usata (per la sovrapposizione degli effetti) e il grano è fatto.

Suggerimento aggiuntivo (solo per l'operazionale ed esercizi che lo contengono): i generatori sul "+" han tutti quasi la stessa fdt (e idem quelli sul "-"); se si sfrutta ciò, il problema è ulteriormente semplificato.



Una soluzione può esser la seguente:

per  $I_{n1}, I_{n2}, I_{n3}$ , la fdt è:

$$H_1(\omega) = \frac{R_2}{L + j\omega R_2 C}$$

Per tutti e 3 i generatori, infatti,  $R_1$  si trova tra  $\text{Ov}$  e  $\text{ov}_1$ , dunque tutta la corrente va nel parallelo di  $\frac{L}{j\omega C}$  e  $R_2$ .

Questa fdt presenta un polo a frequenza:

$$f_p = \frac{L}{2\pi R_2 C} \approx 9.9 \text{ kHz.}$$

Ricordando l'espressione di  $\bar{I}_n(f)$  per il thermal noise, si ha:

$$I_{eq}(f) = 4k_B T \left[ \frac{L}{R_1} + \frac{L}{R_2} \right] + I_i(f)$$

La potenza di uscita sarà data da  $I_{eq}^2(f)$ , moltiplicata per  $|H_1(f)|^2$ , integrando il tutto tra  $0$  e  $f_\infty$  (in frequenza). Essendo però la fdt un passa-basso, è possibile esplorare direttamente l'integrale come:

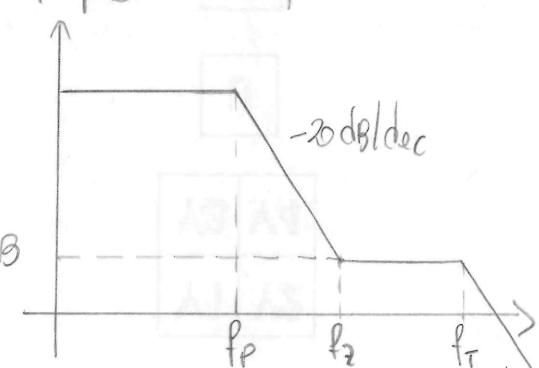
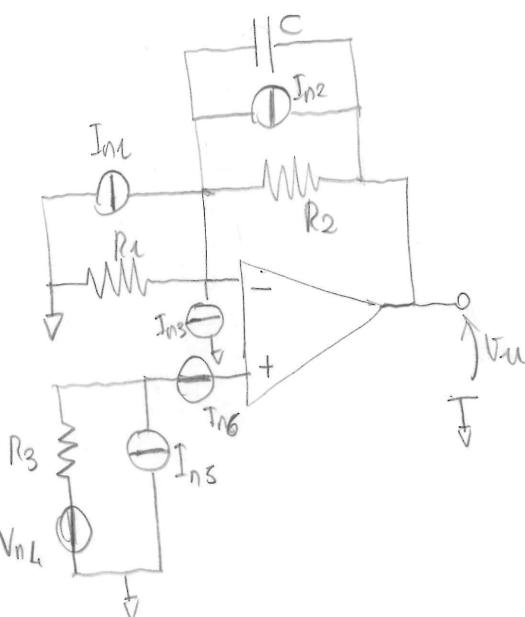
$$P_u = N_i \cdot |H_1|^2 \cdot f_p \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \text{[Nota: qua, trascurare}$$

Per quanto riguarda i contributi sul "+", ve ne sono 3: un generatore di tensione, due di corrente. Essendo l'operazionale in linearità, non entra una corrente sensibile in esso, dunque tutto va su  $R_3$ . La fdt per questi tre contributi sarà del tipo "amplificatore non invertente":

$$\begin{aligned} H_2(\omega) &= L + \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} \cdot \frac{R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}}{1 + j\omega R_2 C} = \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 j\omega C}{(L + j\omega R_2 C) R_1} \\ &= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1 + j\omega \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}}{1 + j\omega R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2} + j\omega C(R_1 + R_2)}{1 + j\omega C R_2} \end{aligned}$$

Questa formula ci dice che si han uno zero e un polo, e che il polo è a frequenza maggiore (essendo  $R_1 + R_2 \gg LR_2$  di sicuro) e a circa 10 MHz si farà sentire il polo dell'operazionale, la " $f_T$ ". Ecco, dal momento che si sta usando un integratore, si trova a 10 MHz poiché gli operazionali da integratore si compensano così come voltage follower.

Si noti che dopo lo zero,  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} H_2(\omega) = 1 = 0 \text{ dB}$



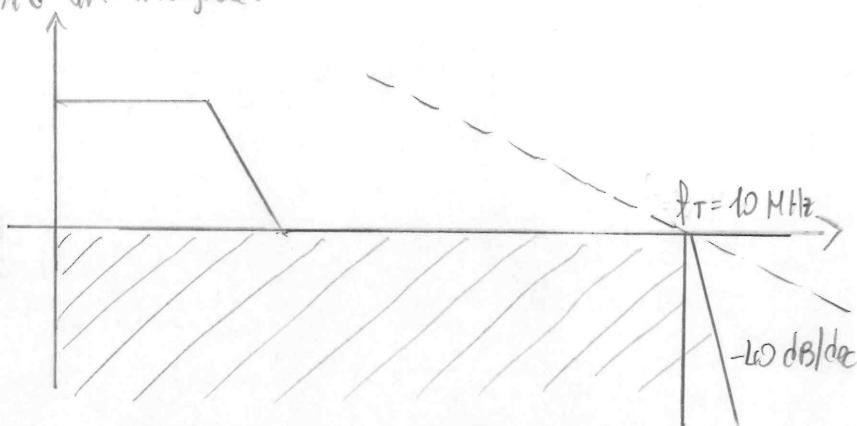
A questo punto, per calcolare la potenza, si dovrebbe integrare tutto ciò. O si fa il lavoro da certosino, e si integra a pezzi, o si traccia la tangente rosa (che sarà su  $f_T$ , essendo molto "distanta" dalle altre "golte"), e si integra solo su di un suo intorno.

Un esempio di "trucco" utilizzabile per il calcolo della "gobba" potrebbe esser il seguente: per calcolare la potenza associata all'area "riempita", anzitutto si può usare la formula del passa-basso su  $f_{pe}$  (moltiplicare per  $\frac{1}{2}$  f<sub>c</sub> e per la densità di rumore N<sub>2</sub>), dunque trattare la parte "sottostante" come un altro passa-basso, con densità di rumore N<sub>2</sub> e frequenza di "polo" f<sub>p2</sub>, dove nel nostro caso f<sub>p2</sub> sarà la frequenza del zero della funzione di trasferimento. Questo è un trucco alternativo che, se notato, risparmia un'integrale.

Si può fare qualcosa di ancora più furbo: tracciare la tangente rosa, e integrare solo lì intorno.

Volendo, si potrebbe dunque evitare di considerare del tutto la "gobba" dal momento che essa influenza solo al-

cuno cifre decimali e, essendo la teoria da noi usata del rumore molto approssimativa queste cifre sono presumibilmente in significanti.

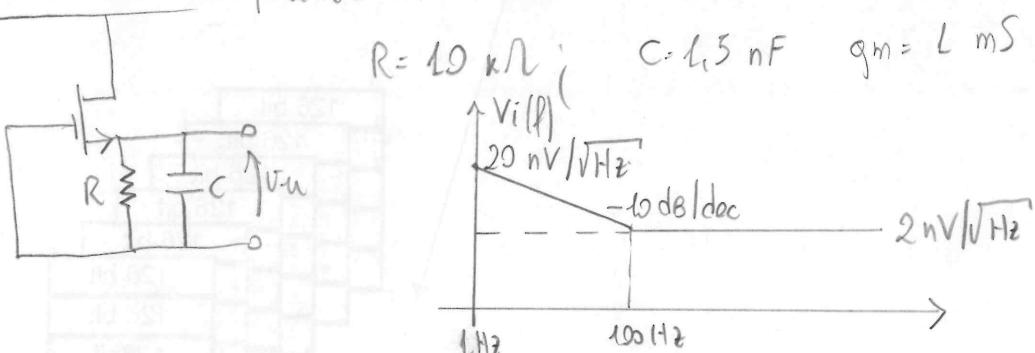


$$\rightarrow P_2 \approx V_{eq}^2 \left[ 10 \text{ MHz} + \int_{10 \text{ MHz}}^{\infty} L \times \frac{(10 \text{ MHz})^4}{f^4} df \right]$$

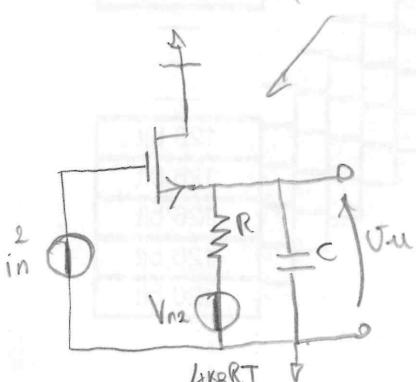
il "rellungo"

$\rightarrow$  Il andamento a -20 dB/dec si modella così (vedi esercizi scorsi).

Determinare la potenza di rumore in uscita su questo circuito da 1Hz a  $\infty$ .



Prima di tutto, il circuito equivalente che tiene conto del rumore è questo:



$$\text{Ho che: 1)} V_{oas} = V_i - V_u \leftrightarrow V_u = g_m V_{oas} R$$

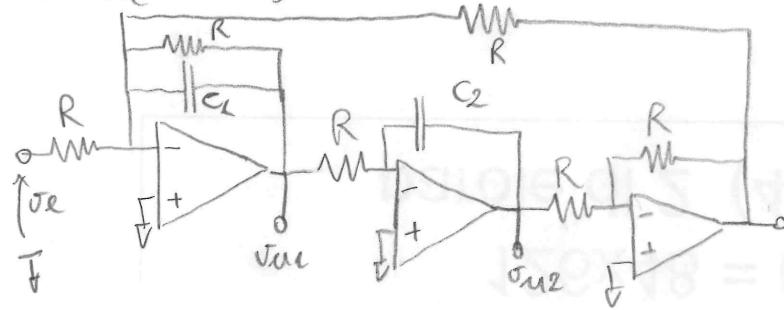
$$\rightarrow \left| \frac{V_u}{V_i} \right|_L = \frac{g_m R}{L + g_m R} H_1(f)$$

$$2) V_{u2} = V_{n2} \frac{\frac{L}{g_m}}{\frac{L}{g_m} + R} = \frac{L}{L + R g_m} V_{n2} \rightarrow H_2(f)$$

Per entrambe avrò poi un polo, e potrò usare la solita formula.

Filtri qm-c tempo-continui

Studiare il seguente circuito:



Intuitivamente, come funziona?

Il primo operazionale è un integratore con perdite: come in questi "Somma" (come si può vedere per la sovrapposizione degli effetti) 3 contributi: quello della  $R$  di ingresso, quello della reazione  $RC_1$ , e la reazione con il terzo opamp.

Dunque:

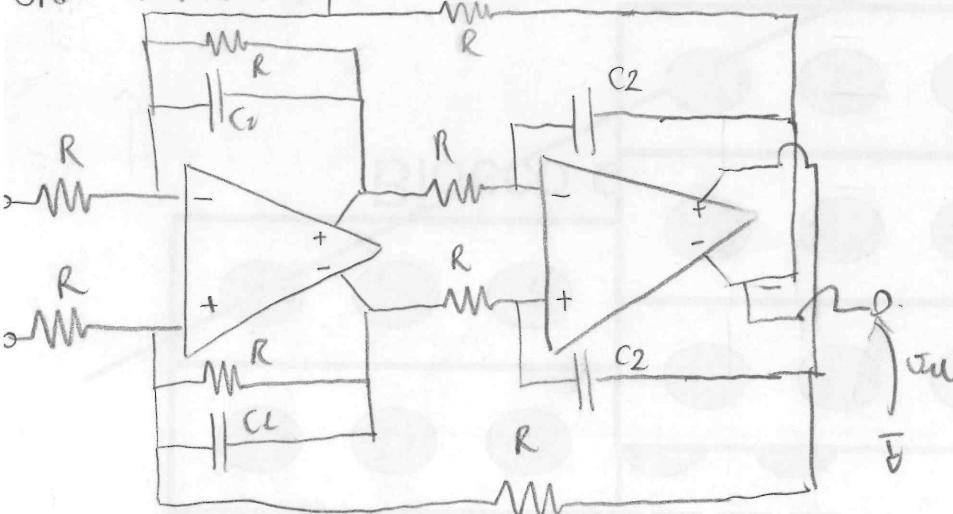
$$V_{11} = -\frac{L}{SCR} \left[ \frac{V_e}{R} + \frac{V_{12}}{R} - \frac{V_{12}}{R} \right] \quad ; \quad \text{ma,} \quad V_{12} = -\frac{L}{SCR} V_{11}$$

sostituendo:

$$V_{11} = -\frac{1}{SCR} \left[ V_e + V_{11} \left( \frac{L}{SCR} + 1 \right) \right] \quad ; \quad \rightarrow V_{11} \left[ 1 + \frac{L}{SCR} + \frac{L}{SCR^2 C_1 C_2} \right] = -V_e \frac{L}{SCR}$$

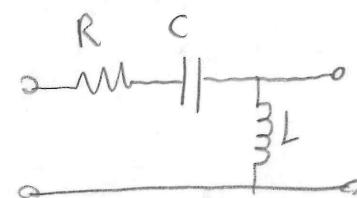
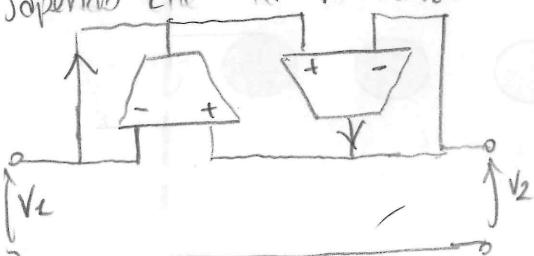
$$\rightarrow V_{11} = -\frac{V_e R C_2}{S^2 R^2 C_1 C_2 + S R C_2 + L} \quad ; \quad V_{12} = V_{11}$$

Ora: realizzare questo schema in forma bilanciata:

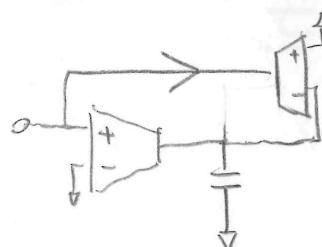


Realizzare, mediante OPA, il seguente circuito:

Sapendo che la resistenza si fa così:



e l'induttanza con capo a massa così:

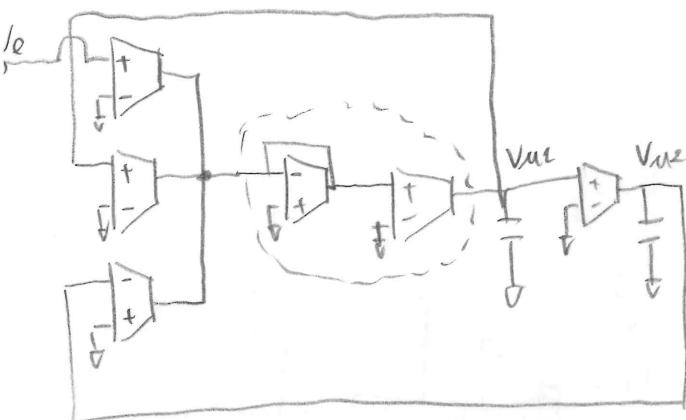


basta metter assieme i due blocchi.

Realizzare la cella di Tow-Thomas mediante OTA

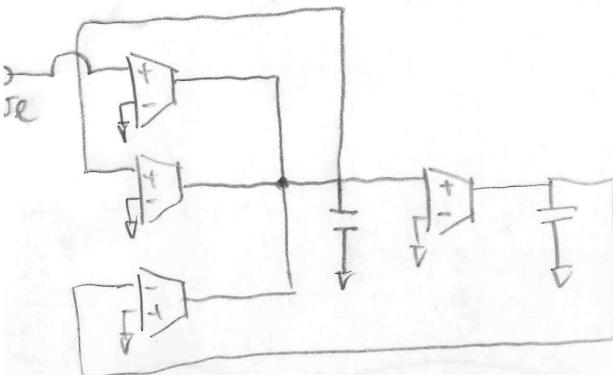
Ricordiamo: il primo opamp faceva da integratore con perdita, il secondo da integratore, il terzo invertiva.

Ciò che si può fare è questa soluzione "pedestre":



Si noti che i due OTA "circhiati" sono ridondanti: uno fa da resistenza, convertendo la corrente in tensione, l'altro fa il lavoro "opposto": converte la tensione in corrente.

Questi due possono essere tranquillamente evitati, ottenendo la seguente realizzazione:



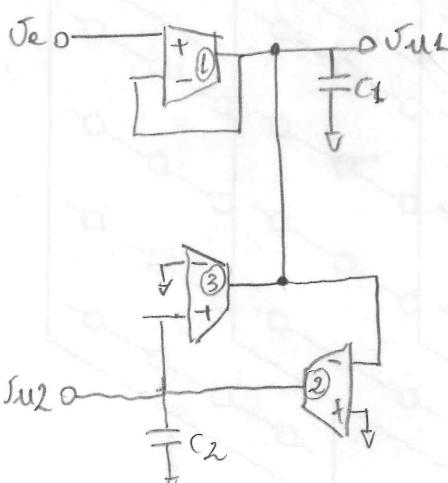
### Esercizio di analisi

Analizzare il seguente circuito:  $V_{ux}$  e  $V_{u2}$ , in funzione di  $V_e$ .

Guardando il circuito, si può vedere che:

$$V_{ux} = [(V_e - V_{u2}) g_m + I_{u2} g_m] \frac{C_1}{3C_2}$$

$$V_{u2} = -V_{ux} g_m$$



Ossia, questo circuito è ancora una volta la realizzazione, mediante OTA, della cella di Tow-Thomas; volendo usare il circuito in modo "bilanciato", si può mettere l'ingresso negativo sul "-" di (3).