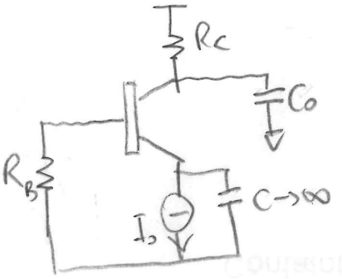
Esercizi aggiuntivi per Elettronica Analogica II

(1)

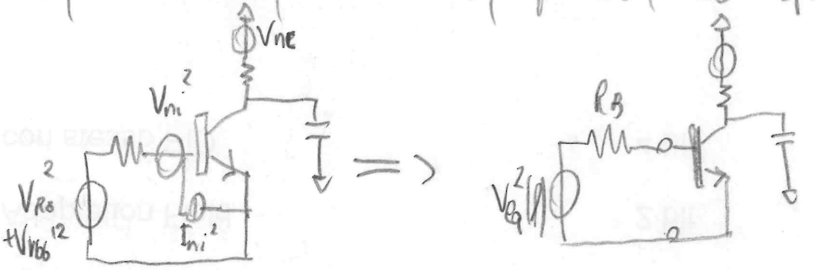
↳ Si introdurrà, come riferimento, la pagina del pdf es_eln.pdf.

Pagina 7 - "Esercizio 3", - Variante (rispetto a quanto fatto in classe)




Valutare la potenza di rumore, data da R e dal BJT, con:
$R_g = 500\,\Omega$; $R_C = 10\,k\Omega$; $r_{bb'} = 300\,\Omega$; $\beta = 100$, $C_O = 1\,pF$

Il modello di rumore sarà:




Dove:

$$V_{eq}^2(f) = V_{RB}^2(f) + V_{rbb'}^2(f) + V_{ni}^2(f) + \underbrace{I_{ni}^2(f)\left[R_B + r_{bb'}\right]^2}_{\text{si ricordi che il } I_{ni} \text{ è "fuori" dal transistore!}} \quad \text{dove;}$$

$$\begin{cases} V_{RB}^2 + V_{rbb'}^2 = 4k_BT\,(r_{bb'} + R_B) \\ V_{ni}^2(f) = 4k_BT\left(\frac{1}{2g_m}\right) \\ I_{ni}^2(f) = 2qI_B \\ V_{nc}^2(f) = 4k_BTR_C \end{cases}$$

$\left(k_B \cong 1{,}38 \times 10^{-23}\,\frac{J}{K}\right)$

- suppongo $T = 300\,K$
- suppongo $I_O = 1\,mA$

Con la calcolatrice: $g_m = \frac{I_C}{V_T} \approx \frac{I_O}{V_T} = 38{,}46\,mS$ ; $I_B = \frac{I_C}{\beta}$ ;

$V_{eq}^2(f) = 15{,}73 \times 10^{-18}\,\frac{V^2}{Hz}$ ;

La funzione di trasferimento per $V_{eq}^2(f)$ sarà:

$$I_b = \frac{V_{eq}}{R_B + r_{bb'} + r_\pi} \; ; \quad I_e = \beta I_b \; ; \quad V_u = -R_C\,\beta I_b = \frac{-R_C\beta V_{eq}}{R_B + r_\pi + r_{bb'}} \quad \text{dove} \quad r_\pi = \frac{\beta V_T}{I_O} \cong 2{,}6\,k\Omega$$

[NON si sta tenendo conto di $C_O$, si farà solo alla fine]

$V_u\big|_{V_{nc}} = V_{nc}$ [infatti $Z_{cin} \approx \infty$, dunque questo rumore si può riportar sull'uscita]

Dunque:

$$V_{uT}^2 = V_{eq}^2(f)\left|\frac{-R_C\,\beta}{R_B + r_{bb'} + r_\pi}\right|^2 + V_{nc}^2(f)$$

[dove, con la calcolatrice, vedo che $V_{nc}^2(f) = 165 \times 10^{-18}\,\frac{V^2}{Hz}$]

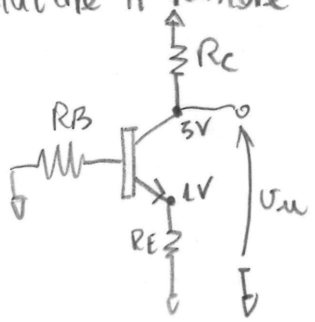
$\approx 1{,}36 \times 10^{-12}$ ;

La potenza di rumore in uscita sarà;

$V_u^2(f) \times \frac{\pi}{2} \times f_P$ [dove $f_P$ è la frequenza del polo di $C_O$: $f_P = \frac{1}{2\pi C_O R_C} = 16\,MHz$

↳ $P \approx 34\,\mu W$ [MI SEMBRA ALTA]

Valutare il rumore in uscita al seguente circuito (densità di potenza)

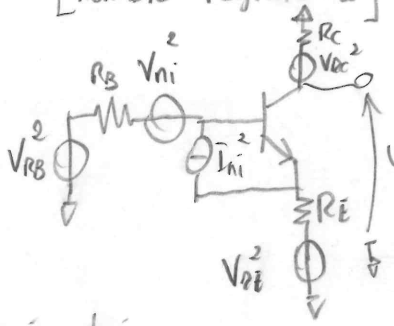



Dati $I_0$ e $\beta$. Suppongo: $T = 300K$, $V_T \approx 26\ mV$, $R_E = \frac{V_E}{I_0} = 1k\Omega$,

$R_C = \frac{V_{AL} - 5V}{I_0} = 10k\Omega$ (suppongo $V_{AL} = 15V$)

$R_B$, suppongo, $\to R_B = 500\Omega$ [numero ragionevole]

Il modello comprensivo di rumore è:




dove:

$V_{RC}^2 = 4k_BTR_C$

$V_{RE}^2 = 4k_BTR_E$

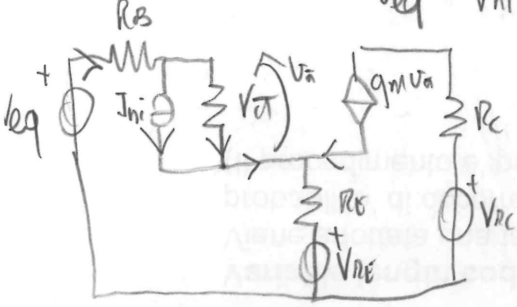
$V_{RB}^2 = 4k_BTR_B$

$V_{ni}^2 = \frac{4k_BT}{2g_m}$;

$I_{ni}^2 \approx 2qI_B$

Consideriamo ora il modello equivalente:

$$V_{eq}^2 = V_{ni}^2 + V_{RB}^2$$




ipotizzo così i segni dei generatori, tanto non sono importanti: alla fine di tutto si fanno i moduli quadri.

Per sovrapposizione degli effetti si avrà:

- $V_u|_{V_{eq}}$: uso l'impedenza vista dal morsetto di base, e dico che:

$$i_B = \frac{V_{eq}}{R_B + r_\pi + (\beta+1)R_E}; \quad i_C = \beta i_B; \quad V_u = -i_C R_C \longrightarrow \frac{V_u}{V_{eq}} = \frac{-R_C \beta}{R_B + r_\pi + (\beta+1)R_E}$$

- $\frac{V_u}{I_{ni}}$: fondamentale è ricordare che il pilota è $v_\pi$; facendo l'equazione alla maglia $R_B \to r_\pi \to R_E$, posso veder che:

$$R_B\left(I_{ni} + \frac{v_\pi}{r_\pi}\right) + v_\pi + R_E\left(I_{ni} + \frac{v_\pi}{r_\pi} + g_m v_\pi\right) = 0 \to I_{ni}(R_B + R_E) = -v_\pi\left[\frac{R_B}{r_\pi} + 1 + \frac{R_E}{r_\pi} + g_m R_E\right]$$

$$\hookrightarrow v_\pi = -\frac{I_{ni}(R_B + R_E)}{1 + \frac{R_B}{r_\pi} + \frac{R_E}{r_\pi} + g_m R_E} \Longrightarrow v_u = -g_m v_\pi R_C = \frac{I_{ni}\, g_m R_C (R_B + R_E)}{1 + \frac{R_B}{r_\pi} + \frac{R_E}{r_\pi} + g_m R_E}$$

- $\frac{V_u}{V_{RE}}$: ricordo, dalla teoria, che $z_{ein} \approx \frac{1}{g_m}$; posso dire che:

$$i_E \approx \frac{V_{RE}}{R_E + \frac{1}{g_m}}; \longrightarrow i_E \text{, ora, è diretta verso l'alto.}$$

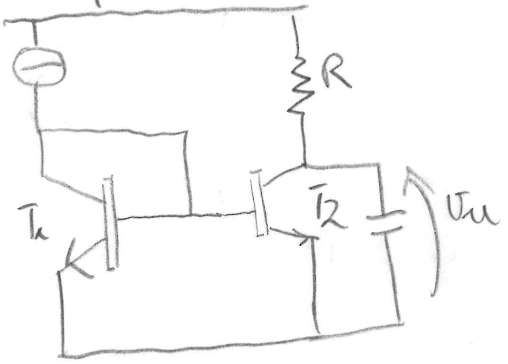
Se dico che $i_C \approx i_E$, posso dir che $v_u = R_C i_E \approx \frac{R_C V_{RE}}{R_E + \frac{1}{g_m}}$.

- $\frac{V_u}{V_{RC}}$: ricordo, dalla teoria, che $z_{cin} \to \infty$ (o è comunque enorme); $V_{RC}$ dunque non avrà partitori o amplificazioni, e andrà tutta sull'uscita:

$$V_u|_{V_{RC}} = V_{RC}.$$

Calcolare $v_{un}^2(f)$ dati



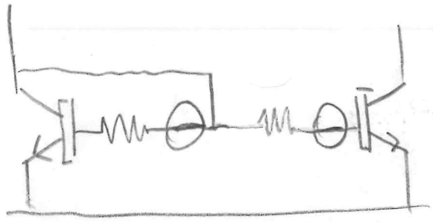



$T_1 = T_2$;
$R = 10\ k\Omega$;
$C = 10\ \mu F$;
$\beta = 100$;
$T = 25°C$

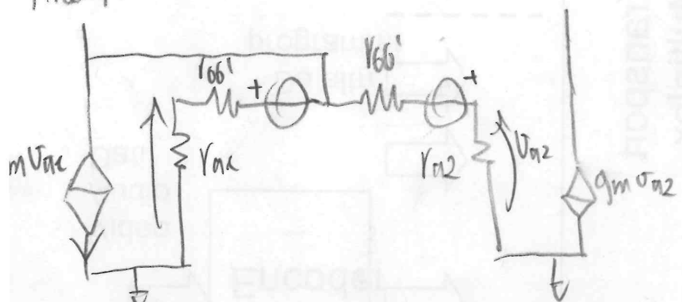
$r_{bb'} = 330\ \Omega$
$I_1 = I_2 = 1 mA$

[Considerare ideali i transistori sotto il punto di vista del rumore: solo le $r_{bb'}$ son non ideali]

Per il rumore, si può usare il seguente modello:

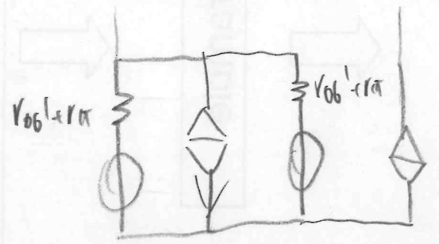


Dunque, si ha questo circuito equivalente (la capacità si considererà solo alla fine):




Si vuol calcolare $v_{\pi 2}$, dovuta ai contributi di rumore.

Si ha che: $r_{\pi 1,2} = \frac{I_C}{V_T} \approx 2{,}572\ k\Omega$;




Un modo più semplice di vedere la rete è questo: la corrente del pilotato si spartisce a metà tra i due circuiti, essendo essi uguali.

Dunque:

$$v_{\pi 1} = r_\pi \frac{g_m v_{\pi 1}}{2} + v_{n1}\frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_b} - v_{n2}\frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_b}$$

$$\hookrightarrow v_{\pi 1}\left(1 - \frac{g_m r_\pi}{2}\right) = \frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_b}(v_{n1} - v_{n2}) \rightarrow v_{\pi 1} = \frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_{bb'}}(v_{n1} - v_{n2})\frac{2}{2-\beta}$$

$$v_{\pi 2} = r_\pi \frac{g_m v_{\pi 1}}{2} + \frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_b}(v_{n2} - v_{n1}) = \frac{\beta}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}}{2-\beta}\frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_{bb'}}|v_{n1} - v_{n2}| + \frac{r_\pi}{2r_\pi + 2r_{bb'}}(v_{n2} - v_{n1})$$

$$= (v_{n1} - v_{n2})\frac{r_\pi}{2(r_\pi + r_{bb'})}\left[\frac{\beta}{2-\beta} - 1\right] = (v_{n1} - v_{n2})\frac{r_\pi}{2(r_\pi + r_{bb'})}\left[\frac{\beta - 2 + \beta}{2-\beta}\right] = (v_{n1} - v_{n2})\frac{r_\pi}{r_\pi + r_{bb'}}\frac{\beta - 1}{2-\beta}$$

$$v_u \overset{\wedge}{=} g_m v_{\pi 2} Z_u = \frac{\beta(\beta - 1)}{(2-\beta)(r_\pi + r_{bb'})}(v_{n1} - v_{n2}) Z_u$$

a meno del segno

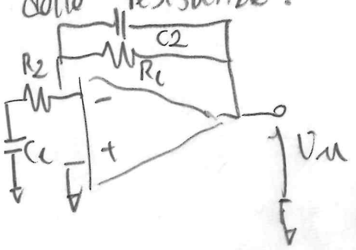
Questa $v_u$ sta su $Z_u$, che è pari a: $Z_u = R /\!/ \frac{1}{sC} = \frac{R}{1+sRC}$

Ciò introduce un polo a frequenza $s = \frac{1}{RC}$ $f_p = \frac{1}{2\pi RC} = 1{,}592\ Hz$;

$$\hookrightarrow P_{out} = |v_u|^2 \frac{\pi}{2} f_p \quad \text{dove} \quad |v_u|^2 = \left|\frac{\beta(\beta - 1)}{(2-\beta)(r_\pi + r_{bb'})}\right|^2 \left(|v_{n1}|^2 + |v_{n2}|^2\right)|R|^2 =$$

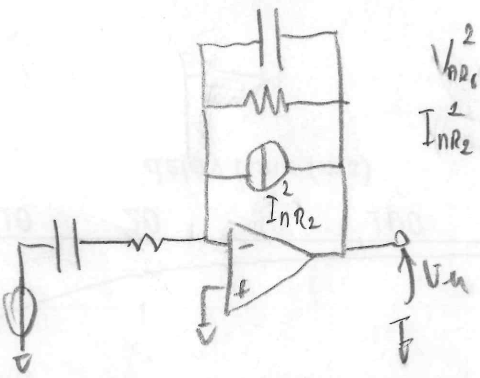
Pagina 16 

Calcolare il rumore in uscita dal circuito, considerando SOLO il comportamento delle resistenze:




$$\begin{cases} R_1 = 10\ k\Omega \\ R_2 = 100\ k\Omega \\ C_1 = 160\ nF \\ C_2 = 1{,}6\ nF \\ T = 300\ K \\ K_B = 1{,}38 \times 10^{-23} \end{cases}$$

Il modello equivalente di rumore può essere:




dove:

$$V^2_{nR_1} = 4 k_B T R_1 = 165{,}6 \times 10^{-18}\ \frac{V}{Hz}$$

$$I^2_{nR_2} = \frac{4 k_B T}{R_2} = 165{,}6 \times 10^{-27}\ \frac{A}{Hz}$$

Si determinino ora le fdt per i 2 contributi di rumore.

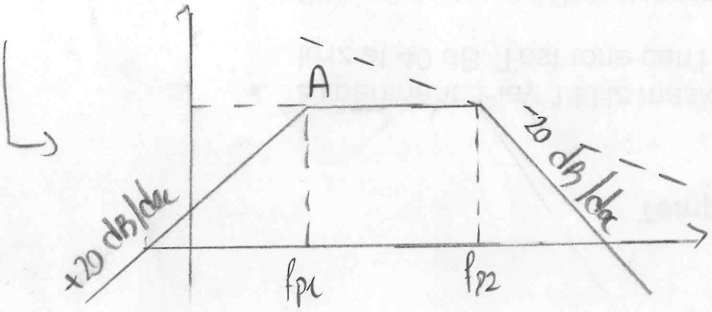
- Per $V_{nR_1}$, la fdt è quella di un amplificatore invertente: $\frac{v_u}{v_i} = -\frac{Z_2}{Z_1}$;

$$\rightarrow -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{\frac{R_2}{1+sR_2C_2}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_2C_2)(1+sR_1C_1)}$$

[Ho uno zero in zero, e due poli: funziona passa-banda]

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 99{,}4\ Hz$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = 994\ Hz$$




[Nota: la posizione dei poli si può vedere solo dopo aver fatto i conti sopra!]

Per calcolare A si fa la seguente approssimazione: dal momento che $f_{p2}$ non è "attivo", si dice che:

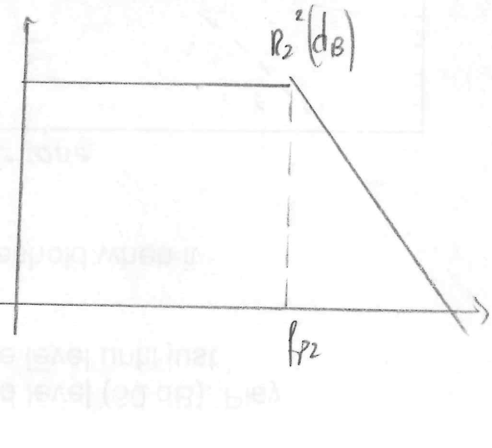
$$sR_2C_2 \ll 1 \rightarrow H(s) \simeq -\frac{sR_2C_1}{1+sR_1C_1} \simeq -\frac{sR_2C_1}{sR_1C_1} = -\frac{R_2}{R_1} \approx 10$$

$\rightarrow V_u|_{V^2_{n1}} \simeq$ passa-basso − rettangolo (fino a $f_{p1}$), per la tangente rosa

$$P_1 = \left(\frac{\pi}{2} f_{p2} - f_{p1}\right)|A|^2 v_1^2 \cong 24{,}23 \times 10^{-12}\ W$$

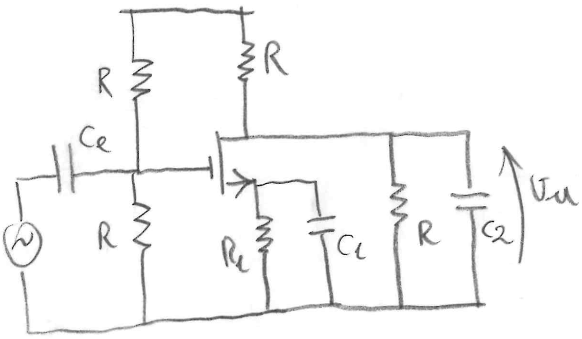
- Per $I_{nR_2}$, dal momento che ciò che sta a sinistra del "−" è tra 0V e 0V, avrò che:

$V_u|_{I_2^2} = I_2 \times Z_2$, dove $Z_2 = \frac{R_2}{1+sR_2C_2}$; ciò si può anche vedere come un passa-basso a frequenza $f_{p2}$, con guadagno $|R_2|^2$:




$$\rightarrow P_2 = \frac{\pi}{2} \times f_{p2} \times |R_2|^2 \times I^2_{nR_2} = 2{,}588 \times 10^{-12}\ W$$

Dato il seguente circuito:




Disegnarne il Bode prima considerando $v_e$ direttamente sul gate, poi con $C_e = 1\ \mu F$ i dati:

$R = 100\ k\Omega$; $R_L = 10\ k\Omega$;

$C_L = 1\ \mu F$; $C_2 = 100\ \mu F$; $g_m = 0,5\ mS$

Si può operare in diverse maniere:
- o calcolo la fdt, cosa "sicura" ma non facile
- o calcolo "alla Maddalena maniera": ipotesi su condensatori aperti/chiusi

Ora, procedo nella maniera meno "calcolativa". Di primo acchito l'idea potrebbe essere quella di disegnare un diagramma di Bode, ma NON CONVIENE: la PRIMA cosa da fare, in questo ambito, è calcolare le frequenze di zeri e poli.

- $C_L$ non essendo né in serie né in parallelo a TUTTO il segnale, introdurrà uno zero al finito. Esso è quello per cui l'impedenza di $C_L$ è pari a quella di $C_L$, così che $V_e = 0$

$\hookrightarrow R_L = \frac{1}{s_z C_L} \rightarrow s_z = \frac{1}{R_L C_L} \rightarrow f_{zL} = \frac{1}{2\pi R_L C_L} = 15,92\ Hz$; $f_{pL} = \frac{1}{2\pi C_L (R_L \oplus \frac{1}{g_m})} = 93,5\ Hz$

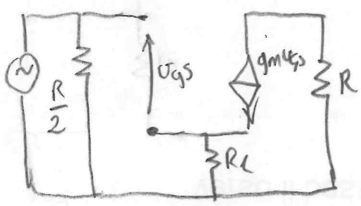
Per quanto riguarda $C_2$:

$f_{p2} = \frac{1}{2\pi C_2 R \oplus R} = 0,032\ Hz$;

Per $C_e$ (calcolo subito), esso è in serie a TUTTO il segnale, dunque introduce uno zero in zero! Poi, esso "vede" $R \oplus R$, dunque il polo sarà a:

$\hookrightarrow f_{pe} = \frac{1}{2\pi C R \oplus R} = 3,183\ Hz$

Ora i guadagni. Per $j\omega \rightarrow 0$, si ha che tutti i condensatori son aperti, dunque:




$v_{gs} = v_e - g_m v_{gs} R_L \rightarrow v_{gs} = \frac{v_e}{1+g_m R_L}$

$\hookrightarrow \frac{v_u}{v_e} = \frac{-g_m R_L \oplus R}{1+g_m R_L} = 4,167$

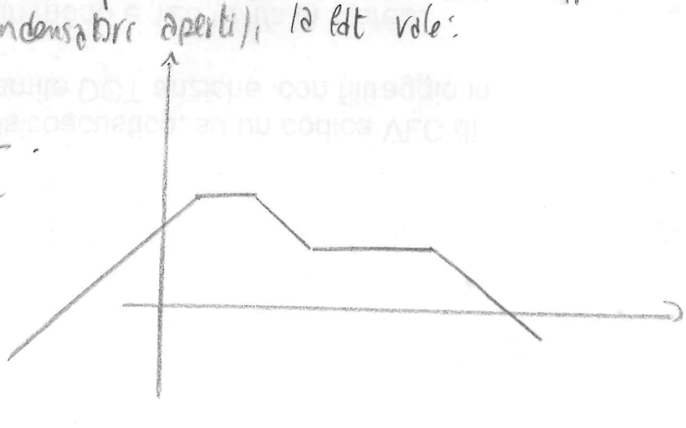
Quindi, a $0,03\ Hz$, si attiva il primo polo, che verrà "fermato" da $f_z$, a $15\ Hz$.

Da qua, data la pendenza di $-20\ dB/dec$, $\frac{v_u}{v_e} = -8,33 \times 10^{-3}$

Infine, si avrà il polo a $93,5\ Hz$.

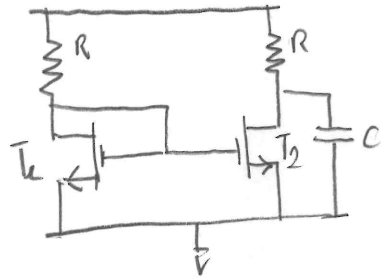
Il secondo punto, con $C_e$, introduce uno zero in 0 e un polo a $f_{pe}$. Ciò che si può approssimativamente dire è che (essendo tutti gli altri condensatori aperti), la fdt vale:

$H(s) = -\frac{g_m R_L \oplus R}{1+g_m R_L} \frac{s R \oplus R C_e}{1+s R \oplus R C_2} \approx \frac{-g_m R_L \oplus R}{1+g_m R_L} \frac{C_1}{C_2}$.



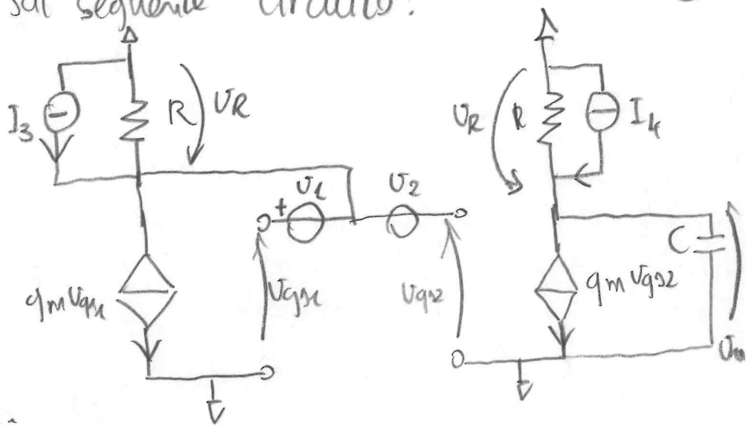
Esercizio pagina 22 (destra)

Calcolare la potenza di rumore in uscita sul seguente circuito:



$R = 10\ k\Omega$
$C = 10\ nF$

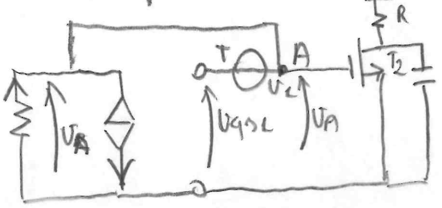
$\xrightarrow{\hspace{2em}}$ Il modello di rumore è:



Trovo conveniente rappresentare il rumore termico delle resistenze in termini di corrente.

Consideriamo il principio di sovrapposizione degli effetti e applichiamolo sul circuito.

$\frac{v_u}{v_1}$ :



Si vede che la tensione $v_A$ pilota il gate di $T_2$; facendo l'equazione alla maglia, vediamo che:

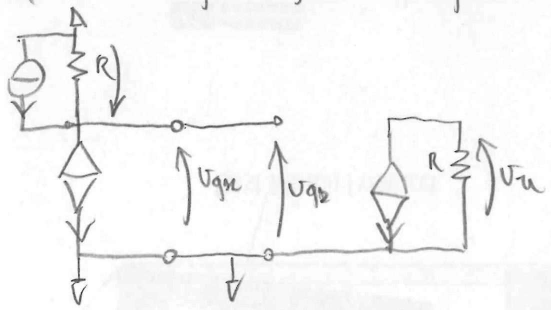
$v_A = v_{gs1} - v_1$ ;

Ma, se c'è una $v_{gs1}$, ci deve essere una corrente del pilotato, e questa non può che andare in R: $v_A = v_R = -g_m v_{gs1} R \longrightarrow -g_m v_{gs1} R = v_{gs1} - v_1$

$\hookrightarrow v_{gs1} = \frac{v_1}{1+g_m R}$ ; $v_A = v_{gs1} - v_1 = \frac{v_1}{1+Rg_m} - v_1 = -\frac{Rg_m}{1+Rg_m} v_1$

Dunque, $v_u = -g_m v_{gs2} R = g_m^2 R^2 \frac{v_1}{1+Rg_m}$

• $\frac{v_u}{I_3}$ :



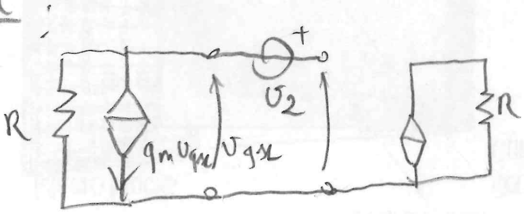
Osservando le tensioni, si può dire che ciò che sta su R è $v_{gs1}$;

$v_{gs1} = (I_{ni} - g_m v_{gs1}) R \rightarrow v_{gs1}(1+Rg_m) = I_{ni} R$

$\hookrightarrow v_{gs1} = R \frac{I_{ni}}{1+g_m R}$ ;

$v_u = -R g_m \frac{I_{ni} R}{1+Rg_m} = -I_{ni} \frac{g_m R^2}{1+Rg_m}$

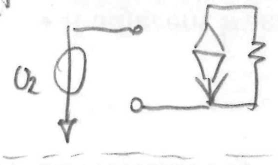
• $\frac{v_u}{I_2}$ ;



Vediamo: $v_{gs1} = -Rg_m v_{gs1} \rightarrow v_{gs1}(1+Rg_m) = 0$

$\hookrightarrow \boxed{v_{gs1} = 0}$

Se $v_{gs1} = 0$, ho:



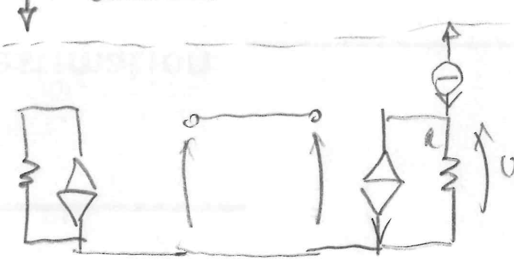
$v_{gs1} = 0$; $v_{gs2} = v_2$ ;

$\hookrightarrow v_u = -v_2 g_m R$ ;

Ma $v_{gs1} = -g_m R v_{gs1}$
$\rightarrow v_{gs1} = 0$, $v_{gs2} = 0$
$\rightarrow v_u = R(I_4 - g_m v_{gs2}) =$
$= R I_4$ .

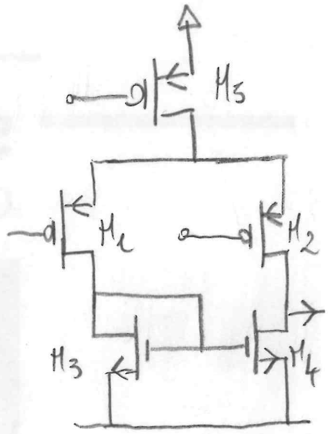
Per $I_4$, ho:

$v_{gs1} = v_{gs2}$ (si vede a occhio)



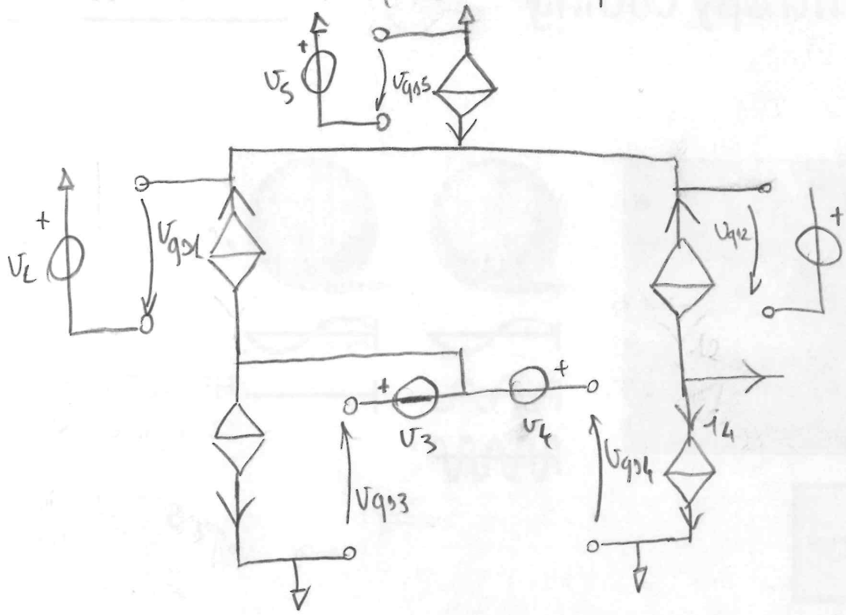
Pagina 9 [Esercizio 11]

Si calcoli, in termini di corrente, il contributo di rumore sull'uscita dello stadio differenziale della figura. Si suppone che: $\begin{cases} V_{d1,2,3,4} \to \infty \\ g_{m1} = g_{m2} \\ g_{m3} = g_{m4} \end{cases}$




Disegno ora il modello comprendente i rumori.

Si noti che $M_1, M_2, M_5$ son pMOS:




Per ogni contributo, ho che $i_u = i_2 - i_4 = g_{m2} v_{gs2} - g_{m4} v_{gs4}$. APPLICO LA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

$v_u|_{v_1}$: vediamo un momento cosa fa il generatore "i": ho che $v_5 = 0$, dunque $v_{gs5}$ di sicuro è 0, per ogni contributo tranne $v_5$. La corrente $g_{m1} v_{gs1}$ deve venire da qualche parte, e questa è $M_2$: $g_{m1} v_{gs1} = -g_{m2} v_{gs2}$: secondo la convenzione del di segno, la $i_2$ deve andar a "fornire" la $i_1$.

Facendo poi l'equazione alla maglia, si vede:

$v_1 + v_{gs1} = v_{gs2} \to v_1 = v_{gs2} - v_{gs1}$;

Avrò due equazioni da metter a sistema: $\begin{cases} v_1 = v_{gs2} - v_{gs1} \\ g_{m1} v_{gs1} = -g_{m2} v_{gs2} \end{cases}$ ; $v_1 = 2 v_{gs2}$ ; $\to v_{gs1} = -v_{gs2}$

$\to v_{gs2} = \frac{v_1}{2}$; $\to i_2 = g_{m2} \frac{v_1}{2}$.

Poi, dalla topologia, tutta la $g_{m1} v_{gs1}$ deve andare dar corrente a $g_{m3} v_{gs3}$; si può vedere che $v_{gs3} = v_{gs4}$, e dunque:

$g_{m1} v_{gs1} = g_{m3} v_{gs3} = g_{m4} v_{gs4} \to i_4 = g_{m1} v_{gs1} = -\frac{v_1}{2} g_{m1}$

$\hookrightarrow i_2 - i_4 = g_{m2} \frac{v_1}{2} - \left(-\frac{v_1}{2} g_{m1}\right) = v_1 g_{m2}$.

[Si noti che $v_{gs3} = v_{gs4}$ LO, dal momento che le correnti son di segno opposto, ma $g_{m1} v_{gs1}$ "comanda" $g_{m3} v_{gs3}$. Non ci interessa!]

$v_u|_{v_2}$: da un lato si ha ancora che $v_{gs2} g_{m2} = -g_{m1} v_{gs1}$ (stesso discorso di prima), l'equazione alla maglia ora sarà: [siamo interessati a $v_{gs2}$ per calcolar $i_2$]

$v_2 = v_{gs1} - v_{gs2} \to v_2 = -2 v_{gs2} \to v_{gs2} = -\frac{v_2}{2} \to I_2 = -\frac{v_2}{2} g_{m2}$

Valgono gli stessi ragionamenti topologici di prima, dunque:

$i_4 = g_{m1} v_{gs1} = g_{m1} \frac{v_2}{2} \to i_u = -v_2 g_{m2}$.

$i_u|_{v_3}$ / $i_u|_{v_4}$ : per questi, un discorso "comune" introduttivo: $v_1$ e $v_2$ son spenti, dunque ora l'equazione alla maglia è:

$v_{gs1} = v_{gs2}$.

Vale però ancora il fatto che $v_5 = 0$, dunque $g_{m1} v_{gs1} = -g_{m2} v_{gs2}$. L'unica soluzione per cui entrambe le equazioni son verificate, è $v_{gs1} = v_{gs2} = 0$: i tre generatori dunque son tutti spenti.

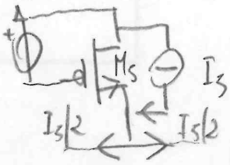
Ora, $v_{gs3}$ e $v_{gs4}$ <u>non</u> son più uguali: non è detto (anzi!) che un generatore "piloti" l'altro: essendo $g_{m1} v_{gs1} = 0$, anche $g_{m3} v_{gs3} = 0$, dal momento che $r_d \to \infty$.

Riassumendo: $v_{gs1} = v_{gs2} = v_{gs3} = 0$. Dunque:

$\hookrightarrow$ $i_u|_{v_3}$: $i_u = -v_3 g_{m4}$ [$v_3$, infatti, pilota completamente e solo $M_4$]

$i_u|_{v_4}$: $i_u = +v_4 g_{m4}$ [stesso discorso di prima]

Questo poiché, se $v_{gs3} = 0$, $v_3$ e $v_4$ son collegati "virtualmente" al 0V.




$i_u|_{v_5}$ : in questo caso capita qualcosa di diverso: di fatto, $v_5$ porta, in uscita a $M_5$, una corrente $I_5$; questa, dal momento che da $I_5$ si vedono due circuiti idealmente identici, si spartirà idealmente in 2 parti.

Ora: si ha che $i_2 = \frac{I_5}{2}$, e che, topologicamente, al solito:

$$g_{m1} v_{gs1} = g_{m3} v_{gs3} = g_{m4} v_{gs4} = \frac{I_5}{2}$$

da qua, $i_2 = i_4 \to i_u = 0$.

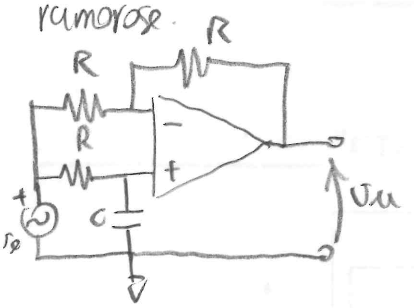
Ciò è ovvio: $I_5$ è un disturbo di <u>modo comune</u>, dunque un sistema "ideale" riesce a effettuarne la reiezione.

Per $v_3$ e $v_4$ nulla da aggiungere; per $v_1$ e $v_2$, si sarebbe potuto usare il seguente cambio di base:

$$\begin{cases} v_1 - v_2 = v_d; \\ v_c = \frac{v_1 + v_2}{2} \end{cases}$$

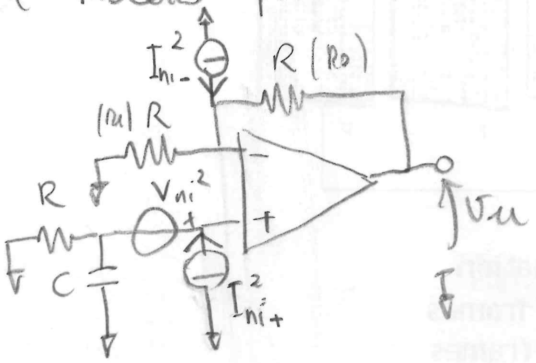
e studiare la struttura mediante modo comune e modo differenziale.

Calcolare la tensione efficace in uscita dovuta al rumore introdotto dall'A.O. per le frequenze [0÷100] kHz. Si considerino le resistenze esterne non rumorose. (9)




$$\begin{cases} R = 100\ k\Omega; \quad C = 1\ nF; \\ V_{ni} = 20\ nV/\sqrt{Hz}; \quad I_{ni} = 0{,}5\ pA/\sqrt{Hz} \end{cases}$$

Il modello per il rumore è:




Applicando il principio della sovrapposizione degli effetti, si evidenziano 3 contributi.

- Per $I_{ni-}$, si ha che R (la $R_i$) è tra 0V e 0V, dunque su di essa non cade tensione, e non può scorrer corrente
  $\hookrightarrow V_u|_{I_{ni-}} = -R\, I_{ni}$ [il segno, al solito, non conta]

- Per $V_{ni}$, si ha che esso vede "a sinistra" una certa impedenza, e a "destra" un'impedenza infinita: $V_{ni}$ entra interamente nell'A.O., e la sua fdt è quella dell'amplificatore non invertente:

$$V_u|_{V_{ni}} = \left(1+\frac{R}{R}\right) V_{ni} = 2\, V_{ni};$$

- $I_{ni+}$ provoca una caduta di tensione sull'impedenza $R \oplus \frac{1}{sC}$ [si noti che, dall'altra parte, è $\infty$);

$$R \oplus \frac{1}{sC} = \frac{R}{1+sRC} \longrightarrow$$ si ha un polo. Da qui, "non invertente":

$$V_u = I_{ni} \frac{R}{1+sRC} \left(1+\frac{R}{R}\right) = \frac{2R}{1+sRC}$$

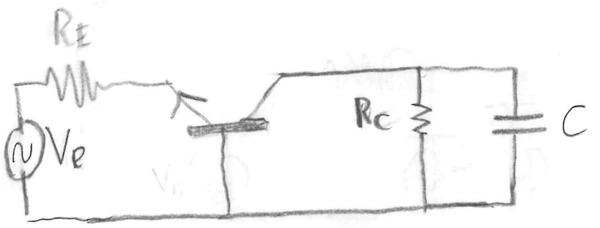
Per la scorrelazione, il principio di sovrapposizione è applicabile alle potenze; dunque:

$$V_u^2 \simeq \underbrace{100\,kHz \times \left[|2|^2 V_{ni}^2 + |R|^2 I_{ni}^2\right]}_{\text{distribuzione rettangolare}} + \underbrace{\frac{\pi}{2} \times f_p \times |2R|^2}_{\text{Passa basso; in realtà è fino a } \infty.}$$

dove $f_p = \frac{1}{2\pi RC} = 1{,}592\ kHz$.

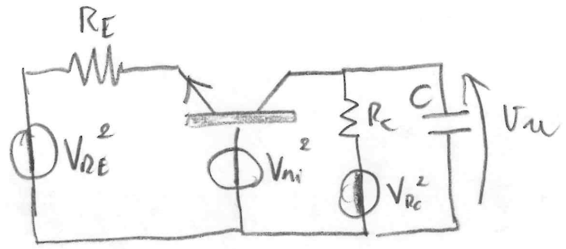
$$\hookrightarrow \sim\sim + |2R|^2 I_{ni}^2 \left[f_p + \int_{f_p}^{100\,kHz} \left(\frac{f_p}{f}\right)^2 df\right] = |2R|^2 I_{ni}^2 \left[f_p + f_p^2\left[\frac{1}{f_p} - \frac{1}{100\,kHz}\right]\right].$$

{in alternativa, più preciso, fino a $f_p$ rettangolo, da lì integro fino a 100 kHz $N_0 \frac{f_p^2}{f^2}$ [più lungo, più preciso]




Dato solo $V_{ni}$ bianco tale per cui $V_{ni}^2 = 20\ nV/\sqrt{Hz}$
$I_{CO} = 1mA$; $\beta = 100$; $C = 20\ nF$; $R_C = 10\ k\Omega$; $R_E = 100\ \Omega$ (ipotesi), calcolare la tensione efficace di rumore sull'uscita.

Il modello per il rumore sarà:




$$\begin{cases} V_{RE}^2 = 4 k_B T R_E; \\ V_{RC}^2 = 4 k_B T R_C; \\ V_{ni}^2 = \dfrac{4 k_B T}{2 g_m}; \end{cases}$$

Si noti che C è in parallelo a tutto il segnale, dunque esso introduce uno zero a $\infty$, e un polo a: $f_p = \frac{1}{2\pi R_C C} = 15{,}92\ kHz$.

Del polo si può tener conto alla fine.

- $V_u\big|_{V_{RE}}$: $i_E \cong \dfrac{V_{RE}}{R_E + \frac{1}{g_m}}$ [ricordando che l'impedenza di ingresso è circa $Z_{Ein} \simeq \frac{1}{g_m}$];

$i_C \simeq i_E$; $V_u = V_{RE} \dfrac{+R_C}{\frac{1}{g_m} + R_E}$;

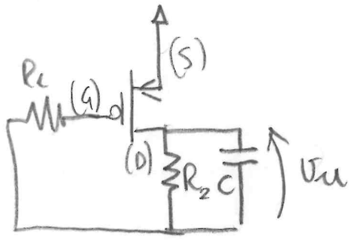
- $V_u\big|_{V_{ni}}$: $i_B = \dfrac{V_{ni}}{r_\pi + (\beta+1)R_E}$ [ricordando $Z_{Bin} = r_\pi + (\beta+1)R_E$]; $V_u = -\dfrac{\beta V_{ni} R_C}{r_\pi + (\beta+1)R_E}$

- Data l'impedenza $\infty$ di collettore, $V_u\big|_{V_{RC}} = V_{RC}$.

Data la scorrelazione dei generatori di rumore, applico la sovrapposizione degli effetti sulle potenze e (ricordando che si ha un polo, dunque un passa-basso sull'uscita):

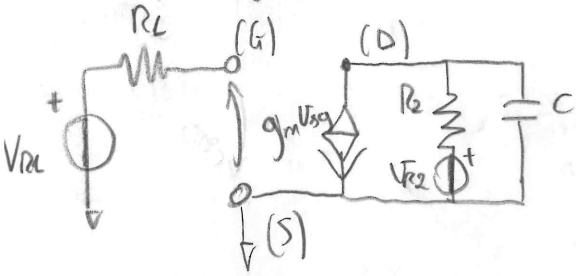
$$P_u \cong \frac{\pi}{2} f_p \left[ V_{RE}^2 \left| \frac{R_C}{R_E + \frac{1}{g_m}} \right|^2 + \left| -\frac{\beta R_C}{r_\pi + (\beta+1)R_E} \right|^2 V_{ni}^2 + V_{RC}^2 \right]$$

Valutare, per il seguente circuito, il valore efficace di rumore, dovuto al solo rumore termico: 




$R_1 = 100\,k\Omega$; $R_2 = 10\,k\Omega$; $g_m = 1\,mS$; $r_d \to \infty$;
$K_B = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\frac{J}{K}$; $C = 10\,nF$

Dato che si ha a che fare con un pMOS, avrò questo modello (il modello è sempre uguale, ma R e C son sul <u>drain</u>):




1) $V_{gs} = V_{R1}$;
$V_u = -g_m V_{R1} R_2$ [per ora non tengo conto del polo].

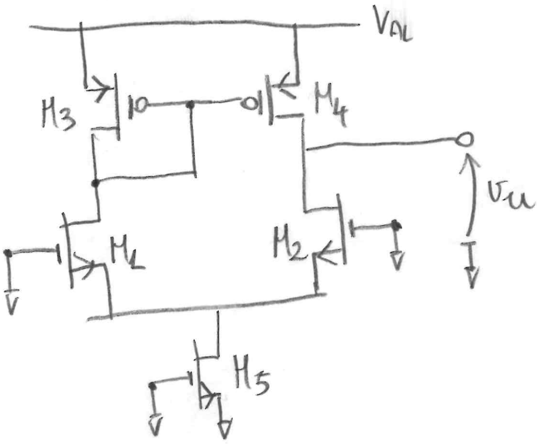
2) Per $V_{R2}$, al solito si vede, nel drain, impedenza infinita; avrò:
$V_u = V_{R2}$.

C introduce un polo a frequenza $f_p = \frac{1}{2\pi C R_2} = 1{,}592\ kHz$;

$\hookrightarrow P_u = \frac{\pi}{2} f_p \left[ V_{R1}^2 |-g_m R_2|^2 + V_{R2}^2 \right]$ [andamento tipo passa-basso]

Dove: $\begin{cases} V_{R1}^2 = 4 k_B T R_1 \\ V_{R2}^2 = 4 k_B T R_2 \end{cases}$

Dato il seguente circuito, determinarne la corrente / tensione di uscita:

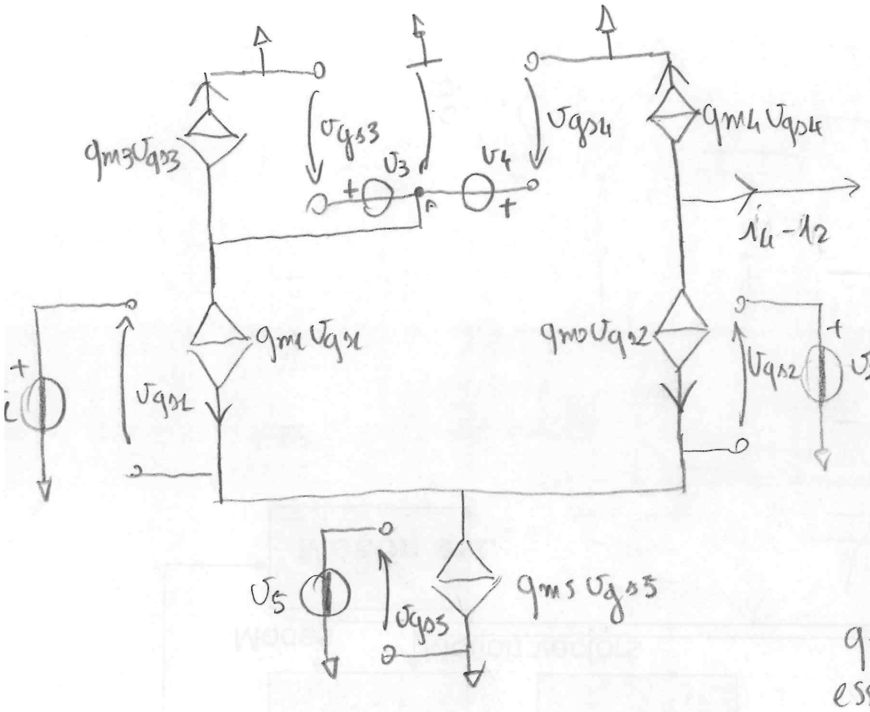



Ipotizzo:

$$\begin{cases} g_{m1} = g_{m2} \\ g_{m3} = g_{m4} \end{cases}$$

$r_{d_{1,2,3,4}} \to \infty$.

Disegno dunque il modello di segnale, comprendente i contributi di rumore.




Prima nota: se $v_5 = 0$, ho $v_{gs5} = 0$, dunque il generatore è un aperto. Tutta la corrente $g_{m1} v_{gs1}$ deve provenire da qualche parte: $g_{m2} v_{gs2}$.

Per $v_5 = 0$, dunque, avrò sempre l'equazione

$$g_{m1} v_{gs1} = -g_{m2} v_{gs2}$$

Inoltre, si ha che tutta la corrente $g_{m1} v_{gs1}$ deve andar da qualche parte: essa pilota $M_3$:

$$g_{m3} v_{gs3} = g_{m1} v_{gs1}$$

Vediamo dunque:

$v_1$:
$$\begin{cases} \cancel{g_{m1}} v_{gs1} = -\cancel{g_{m2}} v_{gs2} \\ v_1 - v_{gs1} + v_{gs2} = 0 \text{ [eq alla maglia]} \end{cases} \longrightarrow v_1 + v_{gs2} + v_{gs2} = 0$$

↳ $v_{gs2} = -\dfrac{v_1}{2}$;

Si può vedere che $v_{gs3} = v_{gs4} \longrightarrow i_4 = i_1 = +g_{m1} \dfrac{v_1}{2}$

↳ $i_u|_{v_1} = i_4 - i_2 = g_{m1} v_1$;

$v_2$:
$$\begin{cases} v_{gs1} = -v_{gs2}; \\ v_2 - v_{gs2} + v_{gs1} = 0 \longrightarrow v_{gs2} = \dfrac{v_2}{2}; \quad v_{gs1} = -\dfrac{v_2}{2}; \end{cases}$$

↳ $i_u = -v_2 g_{m2}$; [per i ragionamenti di prima]

Per (3) e (4), $i_u = g_{m4} v_A$ — $M_3$: $v_A = -v_3$; $M_4$: $v_A = v_4$

Per (5), $v_5 = v_{gs5}$; si ha $v_{gs1} = v_{gs2}$

Ma $v_{gs1} = v_{gs3} = v_{gs4}$, dunque

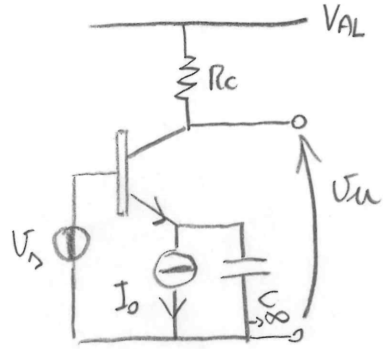
↳ $i_u = 0$ [i contributi si elidono].

Esercizio 1 sulla distorsione

Determinare, per il seguente circuito, il coefficiente di distorsione armonica di ordine 2, dato:

$v_s = V_s \cos(\omega t)$, $V_s = 10\ mV$;

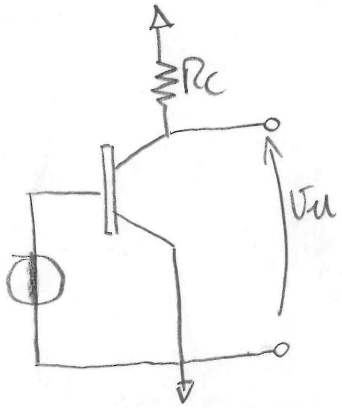
Volendo $D_2 \leq 1\%$, $V_s$ quanto può valere?




Si ha che:

$I_C = I_S \exp\left(\frac{V_{BEQ}}{V_T}\right)$; $I_C \equiv I_0$;

per il segnale, il circuito diventa così:




$$i_C = I_S \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_T}\right) = I_S \exp\left(\frac{V_{BEQ}+v_s}{V_T}\right) = \underbrace{I_S \exp\left(\frac{V_{BEQ}}{V_T}\right)}_{I_0} \exp\left(\frac{v_s}{V_T}\right) = I_0 \exp\left(\frac{v_s}{V_T}\right)$$

Sviluppo mediante Taylor:

$$i_C(v_s) \approx i_C(0) + (v_s - 0)\left.\frac{d i_C}{d v_s}\right|_{v_s=0} + \frac{(v_s-0)^2}{2!}\left.\frac{d^2 i_C}{d v_s^2}\right|_{v_s=0} + \frac{(v_s-0)^3}{3!}\left.\frac{d^3 i_C}{d v_s^3}\right|_{v_s=0} =$$

$$\cong I_0 + v_s \frac{I_0}{V_T} + \frac{1}{2} v_s^2 \frac{I_0}{V_T^2} + \frac{1}{6} v_s^3 \frac{I_0}{V_T^3} + \ldots =$$

$$= I_0 + V_s \cos(\omega t) \frac{I_0}{V_T} + \frac{1}{2} V_s^2 \cos^2(\omega t) \frac{I_0}{V_T^2} + \frac{1}{6} V_s^3 \frac{I_0}{V_T^3} \cos^3(\omega t) + \ldots$$

Ricordando che:

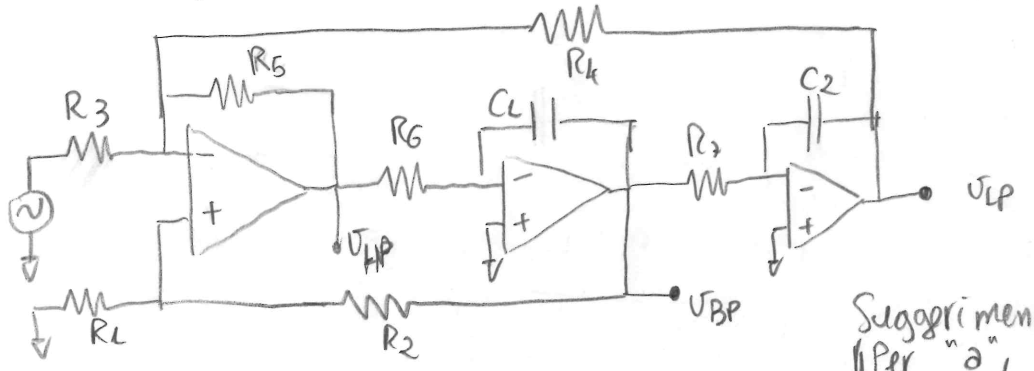
$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega t) \quad \& \quad \cos^3(\omega t) = \frac{3}{4}\cos(\omega t) + \frac{1}{4}\cos(3\omega t)$$

$$\hookrightarrow i_C(v_s) = I_0 + \frac{V_s^2 I_0}{4 V_T} + \cos(\omega t)\left[V_s \frac{I_0}{V_T} + \frac{1}{8} V_s^3\right] + \cos(2\omega t)\left[\frac{I_0}{4V_T^2} V_s^2\right] + \ldots$$

$$D_2 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\cancel{I_0}}{4 V_T} V_s^{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{I_0}}{V_T^2} \cancel{V_s}} = \frac{V_s}{4 V_T} \approx 0{,}1 = 10\%$$

Per avere $D_2 = 1\%$, $V_s' = \frac{V_s}{10} = 1\ mV$.

Dato il seguente schema (filtro a variabili di stato): 




Trovarne:

a) La funzione di trasferimento

b) La versione bilanciata

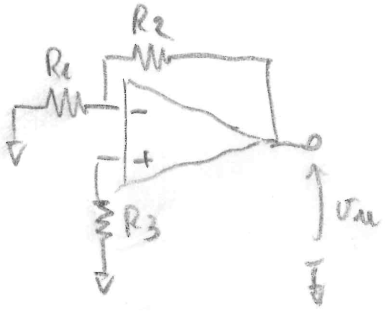
c) La versione $g_m$-C

Suggerimenti:

Per "a", $R_3 = R_4 = R_5$; $R_6 = R_7 = R$.

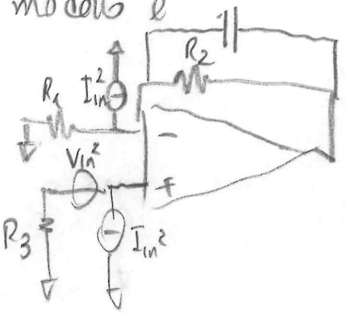
Per "c": $R_2 = 0$, $R_1 = \infty$, $R_i = R$

Variante esercizio fatto in aula:

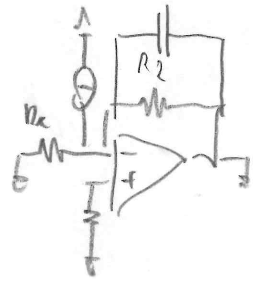



Rumore solo sull'op amp

Il modello è:




Scelgo io di metter sul "+" il gen. di tensione perché più facile.




SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

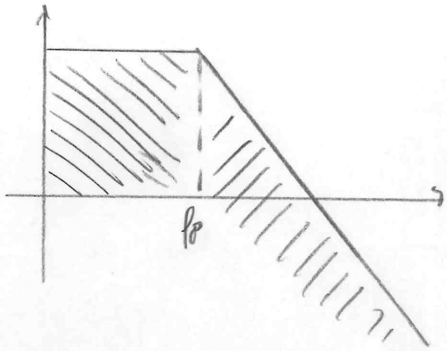
- Per il morsello "−": dato che i generatori sul "+" son spenti, $R_1$ è tra 0V e 0V ⟹ NO CORRENTE.

Tutta $I_{in}$ va su $R_2$;

$V_u = \pm Z_2 I_{in}$ dove $Z_2 = R_2 \oplus \frac{1}{sC} = \frac{R_2}{1+sR_2C}$;

$\pm$: NON CONTA IL SEGNO

C introduce un polo @ $\frac{1}{2\pi C R_2} = 994{,}7$ Hz




Dunque, 2 contributi: prima del polo (rettangolo); dopo il polo (−20 dB/dec)

$fdt(I_{in-}) \Rightarrow \left|\frac{R_2}{1+sR_2C}\right|^2$ [modulo quadro della fdt "lineare"];

↳ prima del polo è tutto "piatto", e la fdt è sostanzialmente $|R_2|^2$;

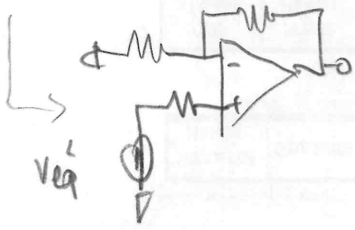
↳ $P_{RETTANGOLO} = I_{in}^2 \int_{0\,Hz}^{f_P} |R_2|^2 \, df = I_{in}^2 |R_2|^2 [f_P - 0] = |R_2|^2 f_P I_{in}^2$ [NO DATI!]

$P_{PASSABASSO\ fino\ a\ 100\,kHz} = I_{in}^2 \int_{0\,Hz}^{f_P} \frac{|R_2|^2 f_P^2}{f^2} df = -I_{in}^2 \frac{|R_2|^2 f_P^2}{f}\Big|_{f_P}^{100\,kHz} = I_{in}^2 |R_2| f_P^2 \left[\frac{1}{f_P} - \frac{1}{100\,kHz}\right]$

↳ @ $f = f_P$, guadagno $= |R_2|^2$. Elevo al quadrato perché son −20 dB/dec; "f" sta al "den" perché son −20 e NON +20 dB/dec.

Per il "+": ci son 2 contributi: $V_{in}^2$ e $I_{in}^2$.

$I_{in}^2$ va tutta in $R_3$, dunque:




$V_{eq}^2 = V_{in}^2 + R_3^2 I_{in}^2$.

La fdt è quella dell'ampli NON INVERTENTE:

$v_u = v_{eq}\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) = v_{eq}\left(1 + \frac{R_2}{R_1(1+sR_2C)}\right) =$

$= v_{eq}\left(\frac{R_2 + R_1 + sR_1R_2C}{R_1(1+sR_2C)}\right) = v_{eq}\frac{R_2+R_1}{R_1}\frac{1+s(R_1 \oplus R_2)C}{1+sR_2C}$

Un polo e uno zero! Essendo $R_1 \oplus R_2 < R_2$, ed essendo che $f_P = \frac{1}{2\pi C R_{eq}}$, lo zero sta dopo il polo. Nota! serve $f_T$, NON FORNITA! Dopo $f_T$, il Bode scende a −40 dB/dec.

DA QUA ALLEGO IN ES FATTO IN AULA