

Controlli Automatici - esercitazione 06 ; ore: 10:25

(1)

a) Traduzione specifiche

1) Rapporto di scala

Si ha $K_d = 2$; dalla teoria, è noto che:

$$K_d = \frac{1}{H} = \frac{1}{G_d G_t} ; \quad G_g = \frac{1}{K_d G_t} = \frac{1}{2 \cdot 1} = 0,5$$

2) $|e_{\infty}^{d2}| = 0$ ma, dalla teoria, $e_{\infty}^{d2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_{d2}(s)$

$$L \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_{d2}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{Y_{d2}}{1 + \frac{K_c}{s} \cdot G_t \cdot A \cdot G_p \cdot G_g} = 0$$

Perché il limite tenda a 0, ~~non~~ il DEN. deve divergere. Poiché $L = o(G_p(s))$ per $s \rightarrow 0$, affinché $|e_{\infty}^{d2}| \rightarrow 0$ per $s \rightarrow 0$, $r = 1$: il controllore deve avere un polo in $s=0$.

Si noti che, poiché $r=1$ e G_p ha un polo in $s=0$, $G_d(s)$ ha due poli nell'origine: il sistema è di tipo "2".

3) $|e_{\infty}^{d2}| \leq 6 \cdot 10^{-4}$, dove $d_2(t) = a_2 \sin(\omega_2 t)$, $a_2 \leq 6 \cdot 10^{-2}$, $\omega_2 \leq 10 \text{ rad/s}$.

Dalla carta semilogaritmica, si può ricavare che:

$$\omega_1 = 10^2 \text{ rad/s}; \quad \omega_2 = 10^3 \text{ rad/s}; \quad \omega_{cdes} \in [2\omega_1; \omega_2]; \quad -41,44 \text{ dB}$$

Si sceglie, da qui, una ω_{cdes} .

Interessante potrebbe essere $\omega = 500 \text{ rad/s}$:

~~...~~

Prima di discutere il controllore, si traducano altre specifiche (transitorio).

4) $\delta \leq 8^\circ$ da grafico $\xi \approx 0,63$, $T_p \leq 1,24$, $S_r \leq 1,33$;

mediante le formule, si può ricavare dunque che:

$$\begin{cases} m_g = 12,2 \text{ dB} \\ m_{\phi} = 58,6^\circ \end{cases}$$

5) Per $r(t) = 1, t \geq 0$, $|u(t)| \leq 12 \quad \forall t \geq 0$

$$\downarrow \quad A K_c \frac{m_d}{m_i} P_0 = u_{\max} \rightarrow \left| \frac{m_d}{m_i} \right| \leq \frac{u_{\max}}{A K_c P_0} = \frac{12}{3 \cdot 1 \cdot 1}$$

= 4

Supponendo di avere $\xi = 0.63$, mediante i grafici, - per $\omega_c = 500 \text{ rad/s}$,
si progettano le seguenti stime:

$$t_s \times \omega_c = 2.03 \rightarrow t_s = \frac{2.03}{500} = 4.06 \cdot 10^{-3} \text{ s}; \quad (4.06 \text{ ms})$$

$$t_{as} \times \omega_c = 3.3 \rightarrow t_{as} = \frac{3.3}{500} = 6.6 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad (6.6 \text{ ms})$$

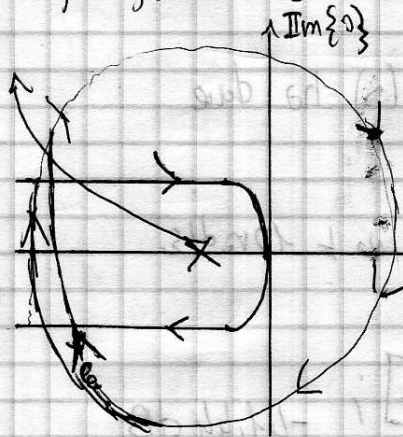
b) Progetto del controllore

L'introduzione di un polo in $G_c(s)$ permette l'uso di una rete P.I. Si sceglie dunque di usarla.

Si noti che K_c è libera, a meno di non "sfiorare" nel vincolo di $a_2 \sin(\omega_c t)$,
imponendo, per $\omega = 10 \text{ rad/s}$, che $G_a(s)$ valga almeno 40 dB in modulo.

Si parte con il progetto di $G_c(s)$.

1) Segno di K_c



Si può osservare che il punto critico si trova
nel semipiano sinistro del dominio s , semipiano in
cui, nel caso della presente funzione di anello, sarà
possibile effettuare il loop shaping: aumentando
 $|K_c|$ si tenderà verso 0 , diminuendolo ci
si allontanerà dall'origine. In seguito al
progetto si mostrerà come il loop shaping agisca su

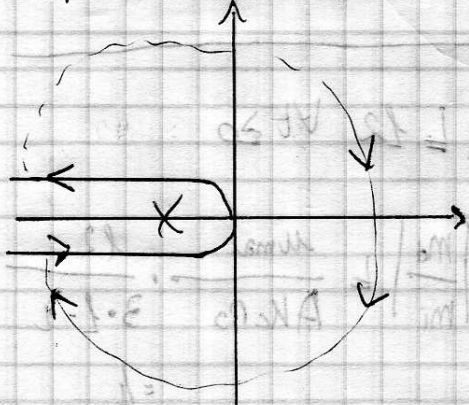
G_c nel piano di Nyquist. " $K_c > 0$ ".

2) Progetto rete P.I. / derivativa

Si progetta lo zero (la sua posizione in frequenza) in modo da recuperare,

$$\text{per } \omega, \omega_{c\text{des}} = 500 \text{ rad/s}, \approx 40 \text{ dB} \text{ (e } 90^\circ\text{)}.$$

$$\left. \frac{\omega}{\omega_{cpi}} \right|_{\omega=\omega_{c\text{des}}} = 10^2 \rightarrow \omega_{cpi} = \frac{500}{100} = 5 \text{ rad/s}.$$



Per quanto il progetto non sia concluso,
la scelta del segno di K_c è stata valida:
ora il d. di Nyquist ha questo aspetto, che
mostra che le previsioni sul loop shaping
sarebbero state esaudite.

Il progetto non è ultimato: il sistema è stabile, ma certo non soddisfa le specifiche, come si potrebbe osservare sul d. di Nichols della attuale $G(s)$. Serve una rete derivativa che "corregga" G , in modo da non rientrare nelle curve a $|L|$ costante in Nichols.

Al fine di preservare $\omega_c = 500 \text{ rad/s}$, una buona scelta per la rete sarebbe: $\frac{\omega}{\omega_d} \Big|_{\omega=\omega_c} = 1$, $m_d = 2$.

Come si può osservare da Nichols, tuttavia, buona cosa è avere dei margini, in vista del progetto del controllore digitale. Si sceglie $m_d = 4$, "perdendo" ω_c (verificando a posteriori di essere nei margini).

$$\frac{\omega_c}{\omega_d} = 500, m_d = 4 \rightarrow \omega_{pd} = 2000 \text{ rad/s}.$$

Dal diagramma di Bode, si può vedere che, allo stato attuale:

$$\omega_c = 577 \text{ rad/s}$$

Quindi rientra nei bound prima espressi.

3) $|K_c|$

Si ricorda che vige una specifica su $|G(j\omega)| \Big|_{j\omega=10 \text{ rad/s}}$.

Allo stato attuale, per $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $G(j\omega) = 36,43 \text{ dB}$.

Per avere almeno 40 dB , è necessario traslare verso l'alto, modificando $|K_c|$ (attualmente, $|K_c| = 1$). Per aumentare di 6 dB , si raddoppia K_c , portandolo a 2 : $K_c = +2$.

4) Correzione sul progetto

La correzione su $|K_c|$ ha comportato una traslazione verso l'alto del diagramma di Nichols. Al fine di ri-ottenere buoni margini, $m_d = 6$.

A questo punto, definitivamente, $\omega_c = 1110$. Il risultato non rispetta l'upper bound, che comunque è il meno significativo dei due, dunque si può almeno parzialmente ignorare.

Il controllore ha un'espressione del tipo:

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{zi}}\right) \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{zd}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pd}}}$$

$$K_c = +2$$

$$\omega_{zd} = 500$$

$$\omega_{zi} = 5$$

$$m_d = 6$$

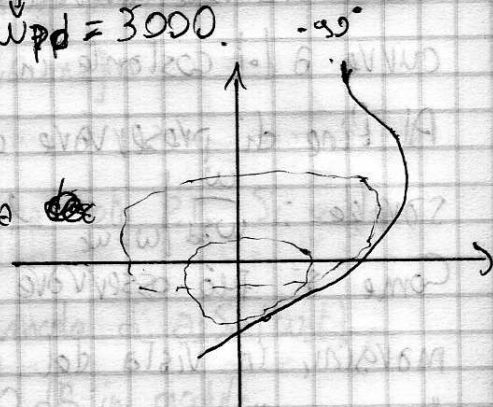
$$\omega_{pd} = 3000$$

s) Controllore digitale

Per $\omega_c = 1110$ rad/s, si usa:

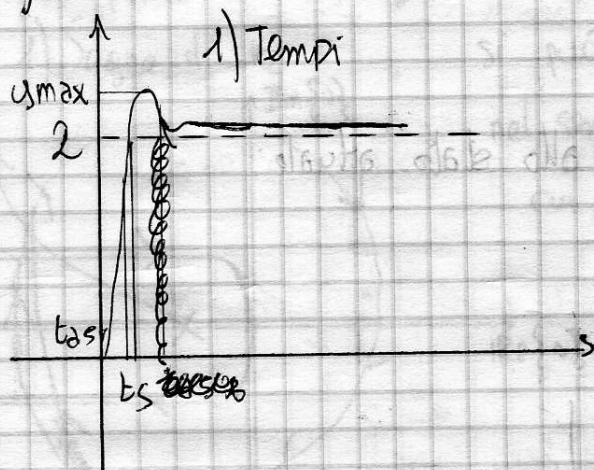
$$\omega_c \cdot T_s = 0.15 \rightarrow T_s = \frac{0.15}{1110} = 0.000135135 \text{ s}$$

A tale condizione, il diagramma di Nichols del sistema discreto presenta il seguente andamento:



... che dovrebbe garantire la bontà del progetto.

c) Documentazione delle specifiche.



1) Tempi

$$u_{\max} = 2.0872; \quad \delta = \frac{u_{\max} - u_{\infty}}{u_{\infty}} \cdot 100 = 4.36\%$$

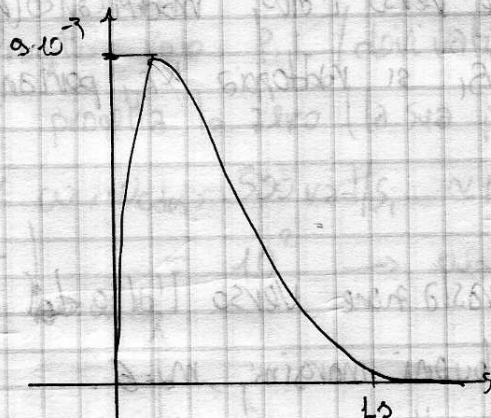
$$t_{as\%} = 1.569 \text{ ms}$$

(all'avversamento di -1,9)

$$t_s = 1.7862 \text{ ms}$$

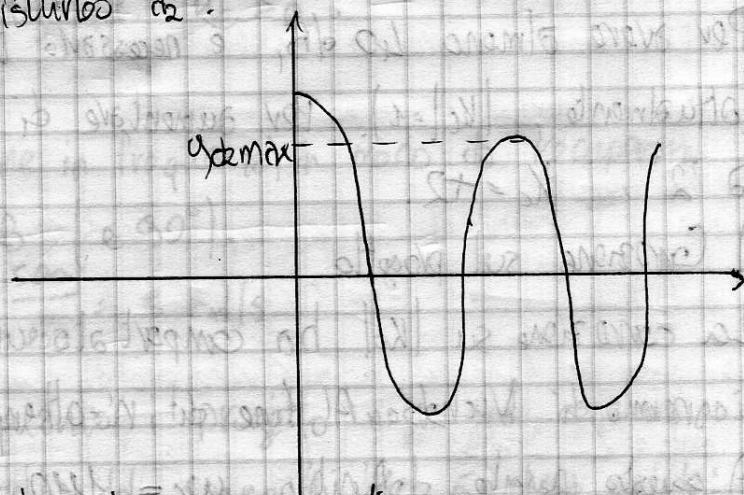
Dunque migliori rispetto alle previsioni, poiché la banda del sistema è aumentata.

2) Disturbo d_1 :



bande a 0.

3) Disturbo d_2 :



$$|d_{2\max}| = 4.529 \cdot 10^{-4}$$

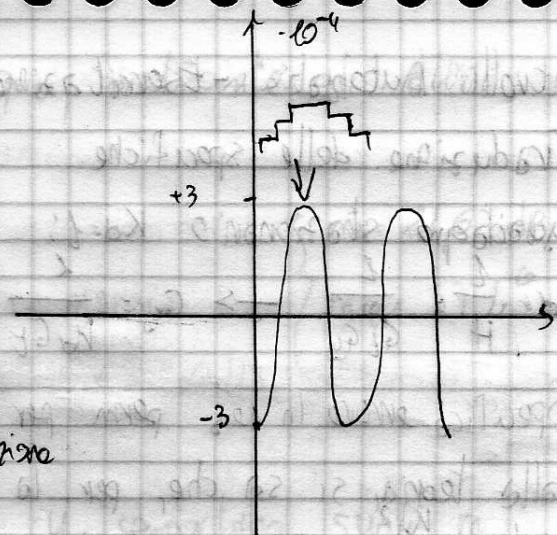
$$\omega_{de} \approx 10 \text{ rad/s.}$$

$$4) u_{\max} = 6.1407$$

f) $|u(t)| \leq 3,0106 \cdot 10^{-4}$
 $T = 0,027 \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10,02$

essendo tutto lineare non si ha
 ovviamente distorsione di armonica.

Si noti che, essendo l'uscita di un sistema
 discreto, ingrandendo si visualizza la discretizzazione
 in modo evidente.



e) $y_{\max, \infty} = 0,0958$;

$\frac{2}{0,0958} \text{ dB} = 20,8768 \text{ dB} \approx 26,39 \text{ dB}$

Il fatto che l'attenuazione sia bassa è ovvio, dal momento che il disturbo
 è prossimo a ω_c , dove $| \cdot | = 0 \text{ dB} = 1$.

g) = ?

h) Speriamo.

Ora fine : 12:10

Controllo Automatico - Esercitazione 4, esercizio 3 - ore 12:55

a) Traduzione delle specifiche

1) Guadagno stazionario $K_d = 1$:

$$K_d = \frac{1}{H} = \frac{1}{G_c G_p} \rightarrow G_c = \frac{1}{K_d G_p} = 1$$

2) Specifica errore in reg. perm. per rampa unitaria

Dalle teorie si sa che, per la tabella,

$$|e^{\infty}| = \frac{K_d^2}{K_v} R_0 \quad (\text{nel caso di rampa (unitaria), presupponendo già da ora che il sistema sia di tipo "1"}).$$

Essendo il sistema di tipo "1", avendo $G_p(s)$ un polo in $s=0$, il controllore non introdurrà poli, dunque $K=0$, e $G_c(s) = K_c$.

Si ha che:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot K_c \cdot A \cdot G_p(s) = K_c \cdot 0,006 \cdot \frac{-30}{2} = -0,09 K_c$$

$$\rightarrow \frac{1}{0,09 K_c} \leq 2,5 \cdot 10^{-2} \rightarrow K_c \geq 44,4$$

3) Sfruttando il fatto che $e^{\infty} = y^{\infty}$, si quantifica K_c a partire dalla specifica come:

$$y^{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y^d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s) \cdot A \cdot K_c} \cdot \frac{s}{s} \leq 10^{-2} \rightarrow K_c \geq 44,67$$

$L \rightarrow L=0(G_p(s)), s \rightarrow 0$

4) Analogamente a prima:

$$y^{\infty} = e^{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s Y^d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + G_p(s) \cdot A \cdot K_c} \leq 1,5 \cdot 10^{-3}$$

$$\rightarrow \frac{8,5 \cdot 10^{-3}}{-15 \cdot 0,006 \cdot K_c} \leq 1,5 \cdot 10^{-3} \rightarrow K_c \geq 62,963$$

Si sceglie dunque di avere $K_c \geq 62,963$, dunque $K_c = 63$.

5) Dalla carta semilogaritmica si ricavano ω_c , ω_a e i relativi

vincoli per quanto concerne $|T(j\omega)|$: per $\omega = 40 \text{ rad/s}$, $|T(j\omega)| \leq 40 \text{ dB}$.

$\omega_2 = 3,8 \text{ rad/s}$; $\frac{\omega_2}{2} = 1,9 \text{ rad/s}$.

Una pulsazione $\omega_{c\text{des}}$ potrebbe essere 3 rad/s , ma se ne parla dopo.

Dal grafico, si sceglie $\xi = 0.6$; da qui, mediante gli altri grafici, si ricava che:

$$T_p \leq 1.04; \quad S_r \leq 1.35;$$

mediante le formule dunque si ricavano i margini:

Si ha una pulsazione ω_c minima pari a 0.65 rad/s per soddisfare ambo i tempi t_a e t_s .

$$\left. \begin{aligned} m_a &= 11.67 \text{ dB} \\ m_\phi &= 57.1^\circ \end{aligned} \right\}$$

6) Il riferimento a gradino unitario, K_c e $\bar{u}$, comportano sugli m il seguente vincolo:

$$\left| \frac{m_a}{m_i} \right| \leq \frac{\bar{u}}{A K_c R_0} = 31.75$$

b) Progetto del controllore

1) Segno di K_c

Appare evidente che $K_c < 0$ dal

d. di Nyquist: il loop shaping può essere effettuato solo sulla parte

"a sinistra" del grafico, ma esso attualmente contiene solo la circ. di raggio ∞ . Si mostrerà come stabilizzare, con $K_c < 0$, non sarà permesso

con $K_c > 0$.

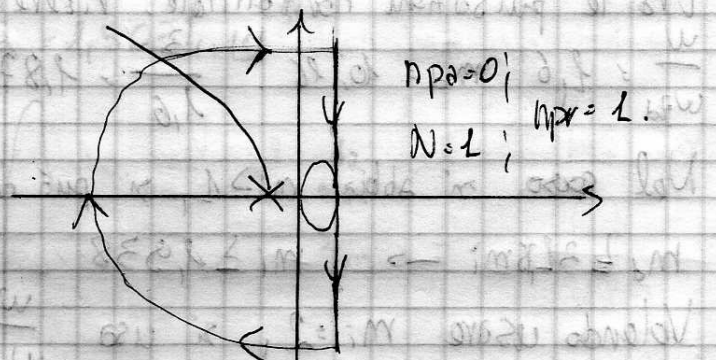
2) Progetto reti

Si sceglie $\omega_{cbs} = 3 \text{ rad/s}$; questa scelta sarà il riferimento per le reti derivate, ma per ora non si garantisce il fatto che sia "definitiva".

Il primo "tentativo" è: usare $\frac{\omega}{\omega_{cbs}} \bigg|_{\omega = \omega_{cbs}} = 2.2$, in modo da sfruttare i "picchi" della rete derivativa per $m \approx 5-6$, quindi limitare l'attività del comando.

$$\frac{\omega_c}{2.2} = 1.364; \quad m_a = 5 \rightarrow \omega_{pa} = 6.818 \div 7.684$$

Il risultato è negativo: la forma del diagramma è valida, ma d'altro canto la sua "alterna" no. Modificando K_c si potrebbe terminare il progetto, ma ciò non è possibile senza rovinare il "progetto statico".



Nonostante sia una strada se possibile da evitare, a causa dell'effetto coda, sarà necessario introdurre una rete integrativa.

Si noti che non tutto il male vien per nuocere: con la integrativa si potrà aumentare m_d migliorando i margini.

~~Si fa una stima $m_d = 3,75$, $m_i = 5,635$ con $m_i = 5$ all'esempio~~

Si ri-progetta la rete derivativa aumentando m_d o "spostandosi a sinistra" tra le pulsazioni normalizzate, riferendosi sempre a $\omega_{cd} = 3 \text{ rad/s}$, si sceglie $\frac{\omega}{\omega_{cd}} = 1,6$ $m_d = 10,16$ $\frac{3}{1,6} = 1,875$; $1,875 \cdot 16 = 30$.

Nel caso si abbia $m_i > 1$, si può dir che:

$$m_d \leq 32,8 m_i \rightarrow m_i \leq 1,938$$

Volendo usare $m_i = 2$, si usa $\frac{\omega}{\omega_{pi}} = 10^2$, quindi $\omega_{pi} = 0,03$,

$$\omega_{zi} = 0,06$$

Si osserva "euristicamente" il seguente fatto: arretrando gli zeri delle reti derivative da 1,875 a 1,5, considerando $m_d = 10$, il sistema soddisfa ancora le specifiche. Questa scelta è dettata da un'eccessivo valore di $|T(j\omega)|$ per $\omega = 40 \text{ rad/s}$; al metodo sistematico si è aggiunto l'occhio del progettista.

Date queste condizioni, si ricava dal d. di Bode di Go

$$\omega_c = 2,41 \text{ rad/s, ammessa dai bounds.}$$

3) Digitalizzazione

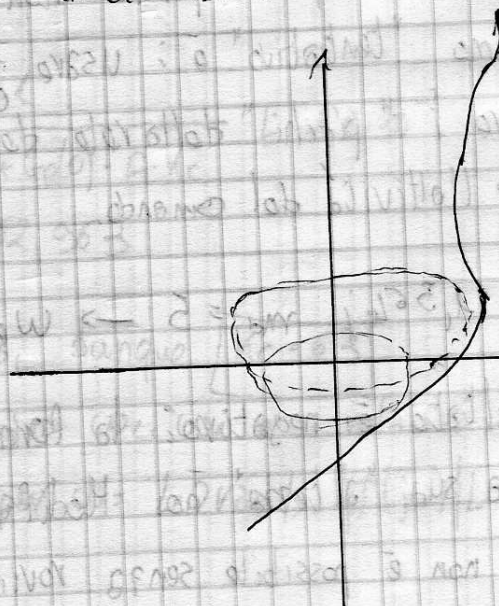
Si sceglie:

$$\omega_c \cdot T_s = 0,1 \rightarrow T_s = \frac{0,1}{\omega_c} = 0,0415 \text{ s.}$$

Si ricava mediante MATLAB il

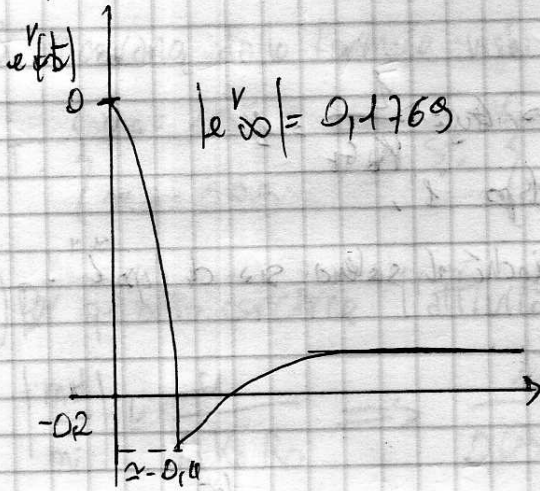
seguente diagramma di Nichols

Che sembra garantire le specifiche.

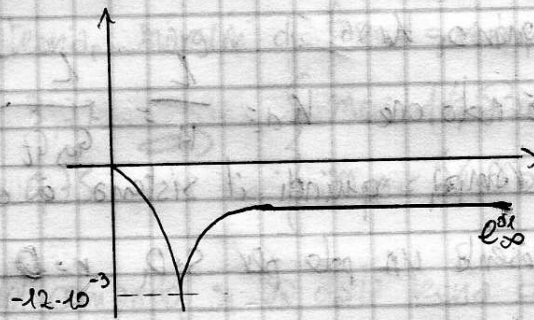


c) Documentazione delle specifiche

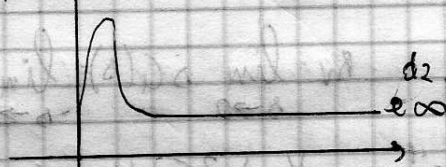
1) Errore sul riferimento;



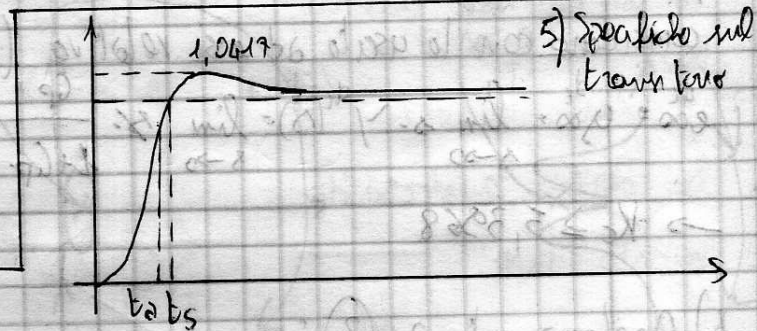
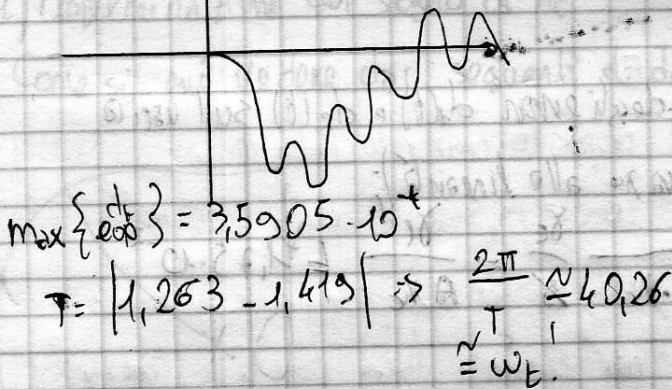
2) $e_\infty^{d_2} = -6,6327 \cdot 10^{-3}$



3) $e_\infty^{d_2} = 1,5034 \cdot 10^{-3}$



4) $e_\infty^{d_2}$



5) Specifiche sul transitorio

$\delta = \frac{1,0417 - 1}{1} \cdot 100 = 4,17\%$

$t_s = 0,8362 \text{ s}; t_{25\%} = t_{95\%} = 0,719 \text{ s}$

$u_{\max} = 2,9984$

Esercitazione 4 - Problema 2 - ore 16:50

a) Traduzione delle specifiche

1) Guadagno stazionario K_d

Dalla teoria è noto che $K_d = \frac{1}{14} = \frac{K}{G_o G_t} \rightarrow G_t = \frac{1}{K G_o} = 1$

2) Si parla di rampa, quindi il sistema è di tipo 1.

Poiché $G_p(s)$ presenta un polo per $s=0$, $r=0$ affinché il sistema sia di tipo 1,
 $G(s) = K_c$!

A tali condizioni, dalla teoria si può vedere che:

$$|e_{\infty}| = \left| \frac{K_d^2}{K_v} R_0 \right|, \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s A K_c G_p(s) = 0,09 \cdot \frac{40}{4,5} \cdot K_c = 0,8 K_c$$

$$\rightarrow \frac{1}{0,8 K_c} \leq 3,5 \cdot 10^{-4} \rightarrow K_c \geq 3,5714$$

3) Dalla teoria si può dire che i contributi degli errori $d_1(t)$ e $d_2(t)$ sull'uscita coincidono con le uscite ad essi relative (grazie alle linearità);

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_p}{1 + G_p \cdot A \cdot K_c} \cdot \frac{\delta_c}{s} = \frac{\delta_c}{A K_c} \leq 1,75 \cdot 10^{-2}$$

$$\rightarrow K_c \geq 3,3968$$

4) Analogamente a (3):

$$e_{\infty}^{d_2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\delta_2}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + G_p \cdot A \cdot K_c} = \frac{\delta_2}{K_c \cdot A \cdot \frac{40}{4,5}} \leq 10^{-3} \rightarrow K_c \geq 395$$

5) Per quanto riguarda $d_1(t)$, avendo bisogno di un margine di 40 dB su $|T(j\omega)|_{\omega=30 \text{ rad/s}}$ si può ricavare che:

$$\omega_2 = 4,4 \text{ rad/s}; \quad \omega_c \approx 0,4 \text{ rad/s} \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_c} = 2,2 \text{ rad/s.}$$

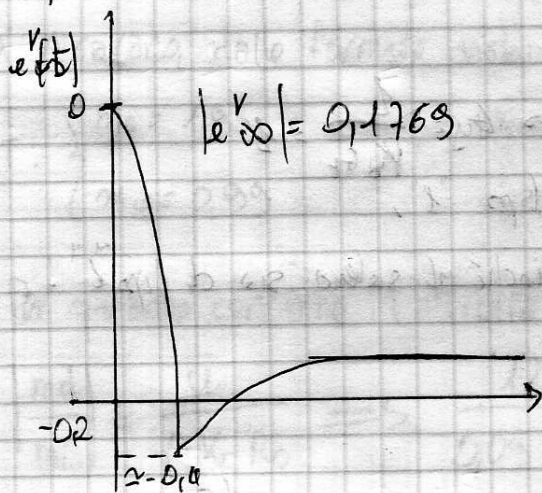
6) Per quanto riguarda le specifiche sul transitorio, dal grafico si può ricavare uno smorzamento $\zeta \approx 0,58$; si sceglie di usare $\zeta = 0,6$.

Per tale valore, $T_p \leq 1,05$, $S_r \leq 1,36$.

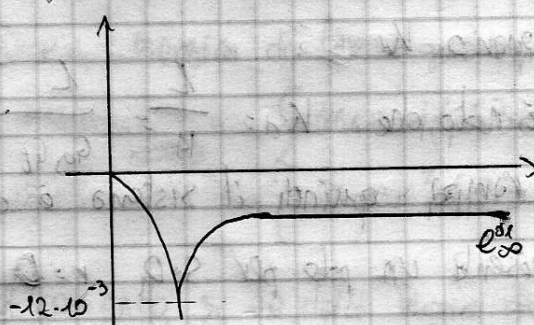
A questo punto, imponendo le condizioni, si ricavano valori minimi per ω_c .

c) Documentazione delle specifiche

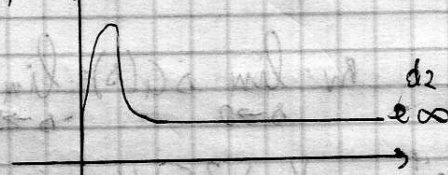
1) Errore sul riferimento;



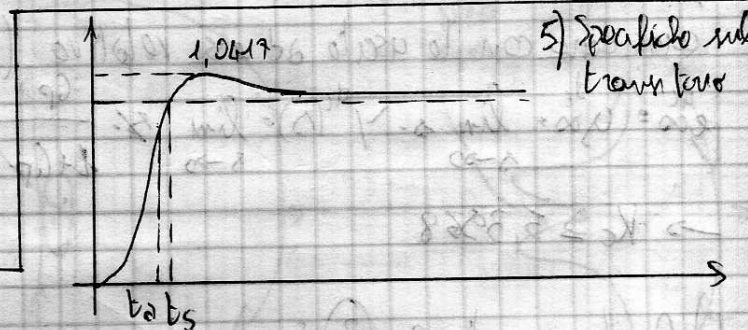
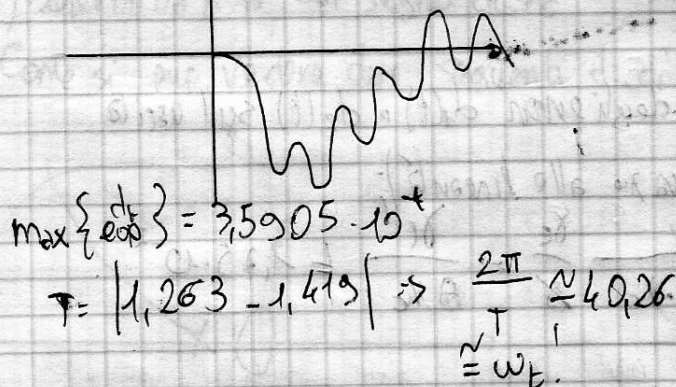
2) $e_{\infty}^{d_1} = -6,6327 \cdot 10^{-3}$



3) $e_{\infty}^{d_2} = 1,5034 \cdot 10^{-3}$



4) $e_{\infty}^{d_3}$



$\delta = \frac{1,0417 - 1}{1} \cdot 100 = 4,17\%$

$t_s = 0,8362 s$; $t_{25\%} = t_{95\%} = 0,719 s$

$u_{max} = 2,9984$

Esercitazione 4 - Problema 2 - ore 16:50

a) Traduzione delle specifiche

1) Guadagno stazionario K_v

Dalla teoria è noto che $K_d = \frac{L}{H} = \frac{L}{G_d G_t} \rightarrow G_y = \frac{L}{K_d G_t} = 1$

2) Si parla di rampa, quindi il sistema è di tipo 1.

Poiché $G_p(s)$ presenta un polo per $s=0$, $r=0$ affinché il sistema sia di tipo 1.

$$G_c(s) = K_c$$

A tali condizioni, dalla teoria si può vedere che:

$$|e_{\infty}| = \left| \frac{K_d^2}{K_v} R_0 \right|, \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s A K_c G_p(s) = 0,05 \cdot \frac{40}{L_s} \cdot K_c = 0,8 K_c$$

$$\rightarrow \frac{1}{0,8 K_c} \leq 3,5 \cdot 10^{-4} \rightarrow K_c \geq 3,5714$$

3) Dalla teoria si può dire che i contributi degli errori $d_1(t)$ e $d_2(t)$ sull'uscita coincidono con le uscite ad essi relative (grazie alle linearità):

$$e_{\infty}^{d_1} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y^{d_1}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_p}{1 + G_p A K_c} \cdot \frac{\gamma_1}{s} = \frac{\gamma_1}{A K_c} \leq 1,75 \cdot 10^{-2}$$

$$\rightarrow K_c \geq 3,3968$$

4) Analogamente a (3):

$$e_{\infty}^{d_2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\gamma_2}{s^2} \cdot \frac{L}{1 + G_p A K_c} = \frac{\gamma_2}{K_c \cdot A \cdot \frac{40}{L_s}} \leq 10^{-3} \rightarrow K_c \geq 395$$

5) Per quanto riguarda $d_1(t)$, avendo bisogno di un margine di 40 dB su $|T(j\omega)|_{\omega=30 \text{ rad/s}}$ si può ricavare che:

$$\omega_2 = 4,4 \text{ rad/s}; \quad \omega_c \approx 0,4 \text{ rad/s} \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_c} = 2,2 \text{ rad/s}$$

6) Per quanto riguarda le specifiche sul transitorio, dal grafico si può ricavare uno smorzamento $\xi \approx 0,55$; si sceglie di usare $\xi = 0,5$.

Per tale valore, $T_p \leq 1,05$, $S_r \leq 1,36$.

A questo punto, imponendo le condizioni, si ricavano valori minimi per ω_c :

Relativamente a t_s $\omega_c \geq 0,49$ rad/s; per t_d $\omega_c \geq 0,23$ rad/s.
 Si sceglie il bound più restrittivo, dunque quello per t_s .

Si ricavano, dalle formule viste in teoria, margini di fase e guadagno per Te Si:

$$T: \begin{cases} m_g = 1,93 \\ m_{\phi} = 0,99 \end{cases} \quad S: \begin{cases} m_g = 3,77 \\ m_{\phi} = 0,75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_g = 11,53 \text{ dB} \\ m_{\phi} = 56,95^\circ \end{cases}$$

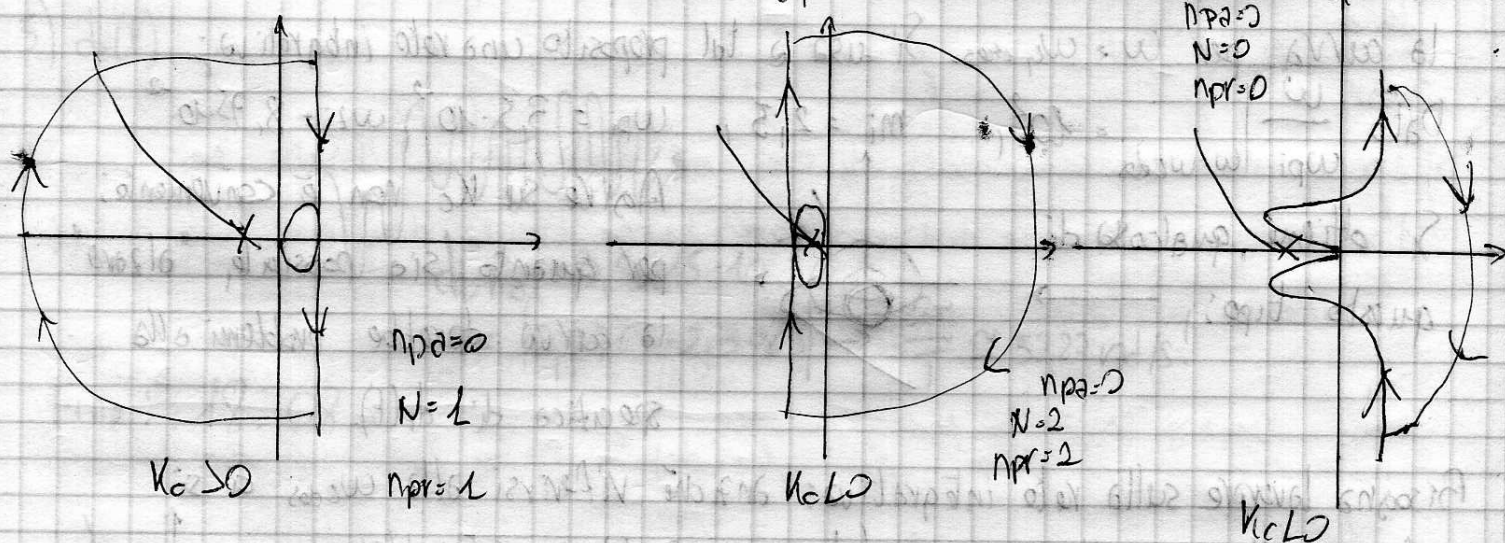
7) Per quanto concerne l'attività del comando, si sa dalla teoria che:

$$\left| \frac{m_d}{m_i} \right| \leq \frac{\bar{u}}{A K_c R_0} \Rightarrow \frac{12}{0,09 \cdot 135} = 24,24.$$

b) Progetto del controllore

1) Determinazione del segno di K_c

Come si può vedere dai seguenti d. di Nyquist:



Solo se $K_c < 0$ il loop shaping può permettere

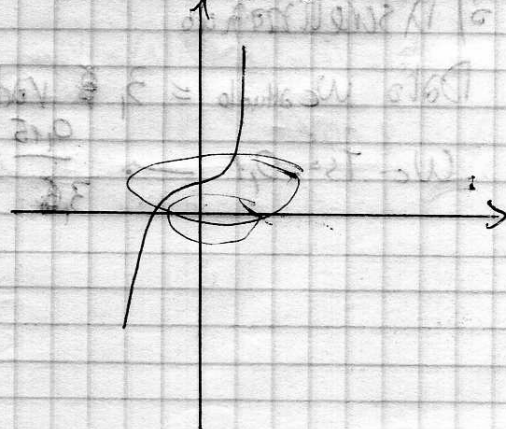
l'annullamento di N , dunque il sistema è stabilizzabile se $K_c < 0$.

2) Progetto dello zeri

Allo stato attuale il sistema è

instabile; è necessario stabilizzarlo

e per soddisfare le specifiche, evitando che
 Ga tocchi le curve.



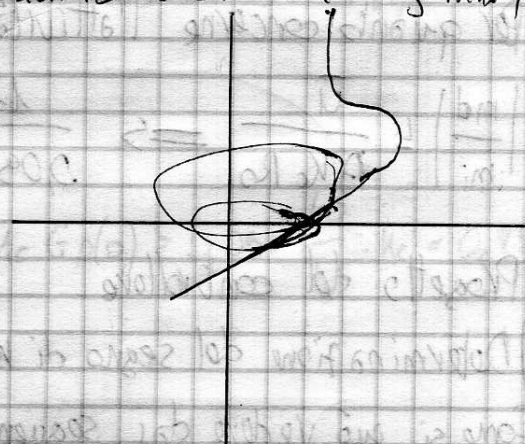
Si sceglie $\omega_{c des} = 3,5 \text{ rad/s}$. Perché in essa si dovrà recuperare da -216° a $-120^\circ = 96^\circ$ (si approssimi a 100°), serviranno 2 rotte derivative.

2 rotte derivative con $m \geq 5$, richiederanno 2 integrative, al fine di essere "compensate" sotto il punto di vista dell'attività del comando. Si deve porre inoltre attenzione allo specifico sul progetto statico.

Dato $\frac{\omega}{\omega_{zd}} \Big|_{\omega=\omega_{c des}} \approx 2 \cdot 10^0 = 2$, si dimensionano le due rotte "gemelle",

come:

$$\frac{\omega_{c des}}{\omega_{zd}} = 2 \rightarrow \omega_{zd} = \frac{3,5}{2} = 1,75 \text{ rad/s};$$



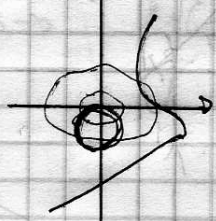
Se $m_d = 10 \div 16$, ad esempio $m_d = 14$, si ha su Nichols qualcosa di questo tipo:

Risultato necessario attenuare di circa 7dB

la curva per $\omega = \omega_{c des}$. Si usa a tal proposito una rete integrativa;

Dato $\frac{\omega}{\omega_{pi}} \Big|_{\omega=\omega_{c des}} = 10^2$, $m_i = 2,5$, $\omega_{pi} = 3,5 \cdot 10^{-2}$, $\omega_{zi} = 8,75 \cdot 10^{-2}$

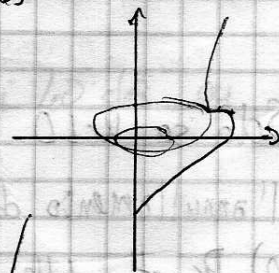
Si ottiene qualcosa di questo tipo:



Agire su K_c non è conveniente; per quanto sia possibile, "alzare" la curva darebbe problemi alla specifica di $d_r(t)$.

Bisogna lavorare sulla rete integrativa: anziché riferirsi alla $\omega_{c des}$ ci si riferisce alla ω_c attuale, pari (da d. di Bode) a $6,5 \text{ rad/s}$;

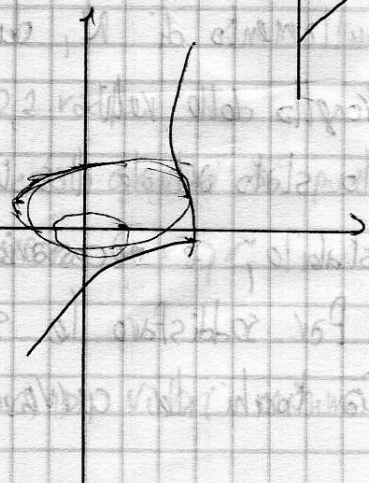
$$\omega_{pi} = \frac{6,5}{100} = 0,065 \text{ rad/s}; \quad m_i = \frac{10}{2} \rightarrow \omega_{zi} = 0,14 \text{ rad/s}$$



3) Discrelizzazione

Dato $\omega_{c attuale} = 3,5 \text{ rad/s}$, dato

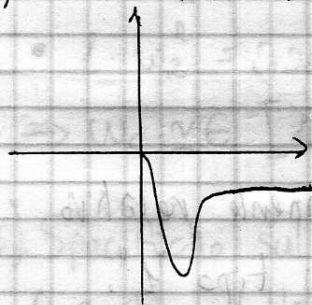
$$\omega_c \cdot T_s = 0,1 \rightarrow \frac{0,15}{3,6} = 0,0415 \approx T_s$$



Documentazione delle prestazioni

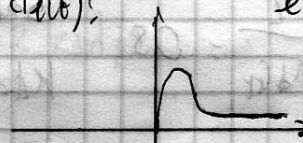
1) Errore sul riferimento:

$$e_{\infty}^y = -0,2293$$



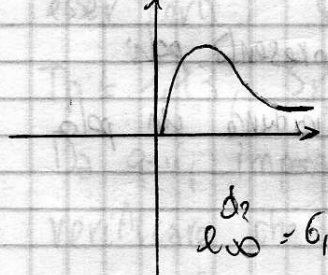
2) Errore relativo a $d(t)$:

$$e_{\infty}^d = 0,0172$$



3) Errore relativo a d_2 :

$$e_{\infty}^{d_2} = 6,8191 \cdot 10^{-4}$$



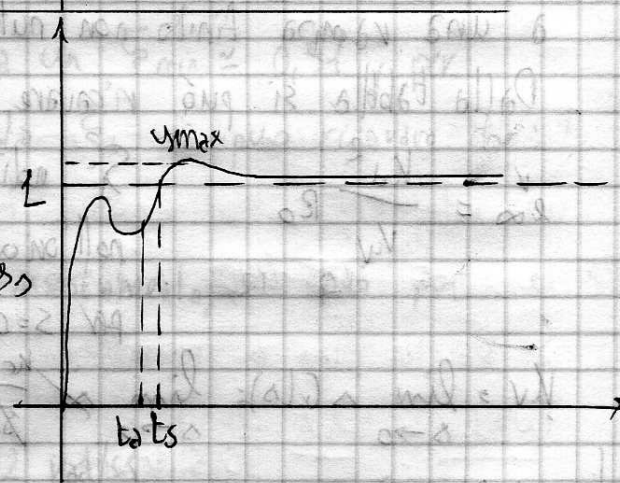
4) Specifico sul transitorio:

$$y_{max} = 1,0181$$

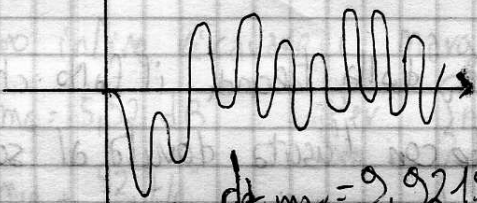
$$t_d = t_{agg} = 1,8359 s$$

$$t_s = 2,9605 s$$

$$\lambda = 1,81 \%$$



5) $d_e(t)$:



$$d_{e,max} = 9,9215 \cdot 10^{-5}$$

$$T = |2,2767 - 2,3989| \rightarrow \frac{2\pi}{T} \approx 52,23 \text{ rad/s!}$$

Fine: 18:08

Esercitazione 07 - ore 13:10

a) Traduzione delle specifiche

1) $K_d = 4 \rightarrow G_y = \frac{L}{n_d G_r} = 0,5$

Come si sa dalla teoria,
 $K_d = \frac{1}{14} = \frac{L}{G_y G_r}$

2) Dalla teoria, si sa che, avendo un errore a regime permanente relativo a una rampa finito non nullo, il sistema deve essere di tipo "1".

Dalla tabella si può ricavare la seguente espressione dell'errore:

$$e_{\infty}^v = \frac{K_d^2}{K_v} R_0$$

Si noti inoltre che, poiché $G_p(s)$ non presenta poli nell'origine, il controllore dovrà introdurre un polo

per $s=0 \Rightarrow G_c(s) = \frac{K_c}{s}$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_c}{s} \cdot G_p(s) \cdot A = 0,15 K_c$$

$$\rightarrow \frac{10^4}{0,15 K_c} \cdot 0,25 \leq 1,2 \rightarrow K_c \geq 22,2$$

3) Per quanto riguarda $d_1(t)$, si considera, dalla teoria, il fatto che l'errore dovuto a ciascun disturbo coincide con l'uscita, dovuta al solo disturbo, escludendo gli altri ingressi.

$$\begin{aligned} e_{\infty}^{d_1} &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y^{d_1}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y_1}{s} \cdot \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s) \cdot \frac{K_c}{s} \cdot A \cdot G_y \cdot G_r} = \frac{\frac{1}{s} \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{s} \cdot K_c \cdot 0,1 \cdot 0,25} \\ &= \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,025 K_c} \leq 1,6 \cdot 10^{-3} \rightarrow K_c \geq 37,5 \end{aligned}$$

4) Stesse considerazioni di prima, per $d_2(t)$:

$$\begin{aligned} e_{\infty}^{d_2} &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y^{d_2}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s D_2(s) G_{deg}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y_2}{s} \cdot \frac{1}{1 + G_p(s) \frac{K_c}{s} A G_y G_r} = \\ &= \frac{8 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 0,1 \cdot 0,25 K_c} \leq 10^{-2} \rightarrow K_c \geq 21,3 \end{aligned}$$

5) Per quanto concerne $d_1(t)$, si può vedere che:

- $1 \cdot \omega_1 = 0,01 \cdot 20 \rightarrow \omega_1 = 0,2 \text{ rad/s}$

- $1 \cdot \omega_2^2 = 0,01 \cdot 400 \rightarrow \omega_2 = \sqrt{4} = 2 \text{ rad/s}$

$\rightarrow \omega_c \in [1 \div 2] \text{ rad/s}$

6) Specifiche sul transitorio

A partire dalla sovrad. del 15%, si ricava un $\zeta_{\min} \approx 0,51$; per esser "certi", $\zeta = 0,52$. Dai grafici, imposto ζ , si può ricavare che

$T_p \leq 1,13$; $S_r \leq 1,44$

Da qui, imponendo i tempi di salita e di assestamento, si può poi verificare che:

• Per t_s : $\left\{ \omega_c \geq 0,96 \text{ rad/s} \right\}$ • Per t_a : $\left\{ \omega_c \geq 1,12 \text{ rad/s} \right\}$ $\rightarrow$ vincolo più restrittivo.

Si possono infine ricavare i margini di guadagno e fase da T e S:

Per T_p : $\begin{cases} m_g = 5,52 \text{ dB} \\ m_\phi = 52,76^\circ \end{cases}$

Per S_r : $\begin{cases} m_g = 10,29 \text{ dB} \\ m_\phi = 40,62^\circ \end{cases}$

Si può inoltre, fissato $|K_c| = 38$, ricavare:

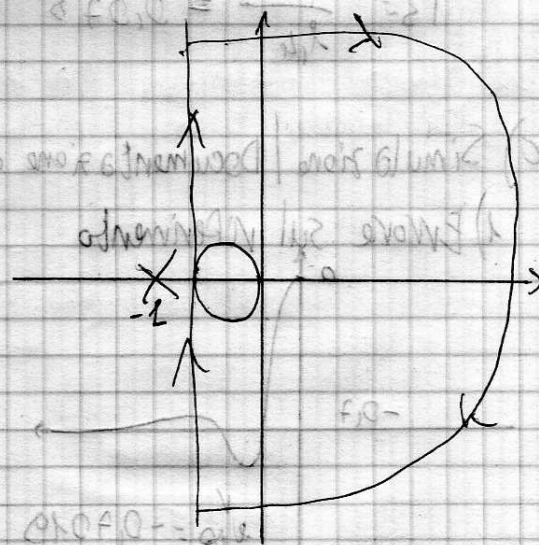
$\left| \frac{m_d}{m_i} \right| \leq \frac{1}{A K_c B_0} = 12,632$

b) Progetto del controllore

• 1) Segno di K_c

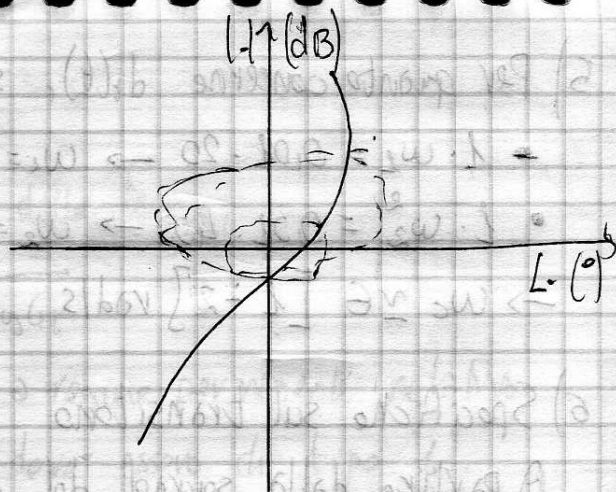
Dal diagramma di Nyquist si ha la verifica del fatto che il sistema allo stato attuale, è già stabilizzato. Bisogna solo soddisfare le specifiche di progetto.

Con $K_c > 0$ il sistema è stabile, dunque ciò è sufficiente per procedere.



2) Progetto delle reti

Allo stato attuale il sistema
si può presentare mediante questo
diagramma di Nichols che
conferma ciò che è stato
sinora detto.



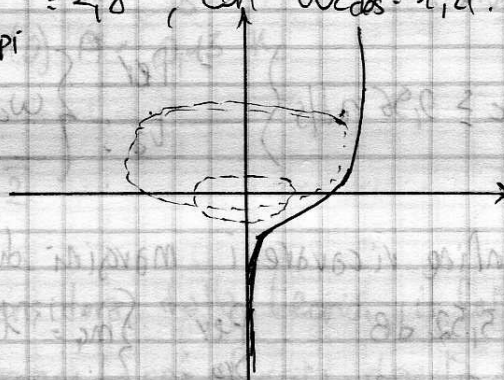
Poiché vi è una ~~polo~~ per $s=0$ in K_i ($r=1$), si può introdurre
una rete P.I. Si sceglie come pulsazione $\omega_{c0.5}$,

$\omega_{c0.5} \approx 1.4$ rad/s, con ovviamente possibilità di errore, con

si sceglie una p. normalizzata $\frac{\omega}{\omega_{c0.5}} = 2.8$, con $\omega_{c0.5} = 1.4$.

$$\frac{\omega_{c0.5}}{\omega_{nom}} = \frac{1.4}{2.8} = 0.5 \text{ rad/s.}$$

Con tale rete il d. di Nichols
è il seguente:

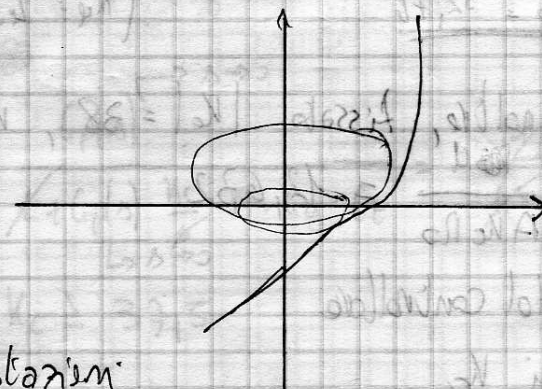


3) Discretizzazione

Dato $\omega_c \cdot T_s = 0.1$, si ricava T_s

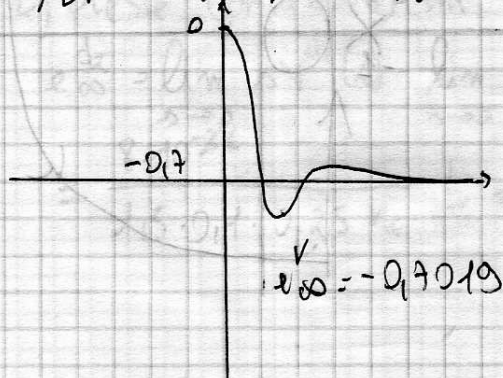
come:

$$T_s = \frac{0.1}{1.4} \approx 0.07 \rightarrow$$

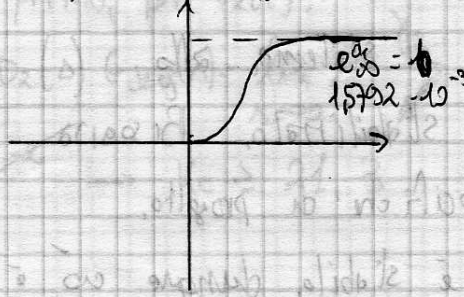


c) Simulazione / Documentazione delle prestazioni

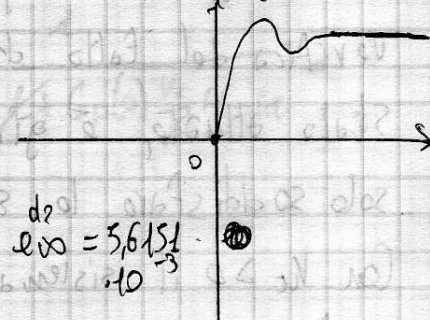
1) Errore sul riferimento



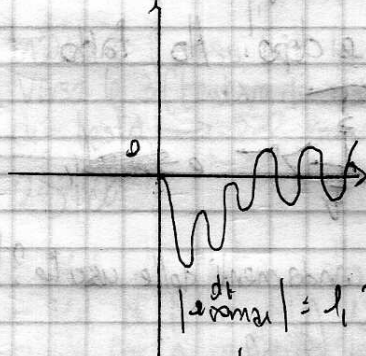
2) Errore su $d_1(t)$



3) Errore su $d_2(t)$



4) Errore su $dt(t)$

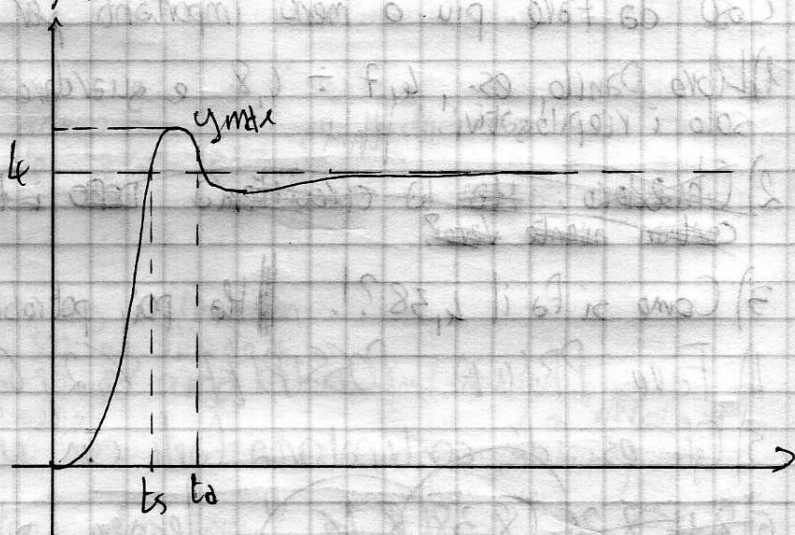


$$|a_{\text{norm}}^{dt}| = 1,7023 \cdot 10^{-5}$$

$$T = |7,78 - 8,09| \Rightarrow$$

$$\omega \approx 20,26 \text{ rad/s}$$

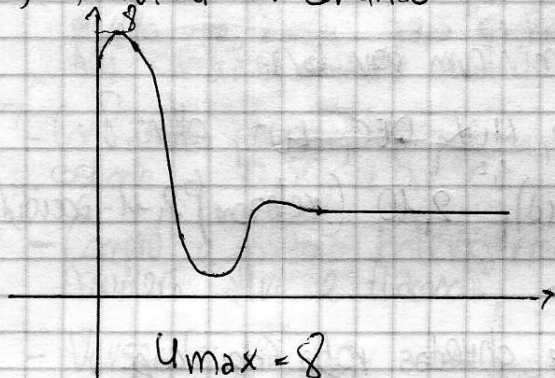
5) Specifiche sul transitorio



$$t_s = 1,434 \text{ s}; \quad t_a = 2,5919 \text{ s};$$

$$y_{\text{max}} = 4,3634 \rightarrow \frac{y_{\text{max}} - y_{\text{ss}}}{y_{\text{ss}}} \cdot 100 = 9,135\%$$

6) Attività del comando



$$u_{\text{max}} = 8$$

$$e) u_{\text{max}} = A K_c \cdot \frac{1}{\omega_{2\pi}} \cdot P_0 = 0,1 \cdot 2 \cdot 38 = 7,6$$

$$f) u_{\text{max}} = \frac{G_y \cdot K_c \cdot \frac{1}{\omega_{2\pi}} \cdot A}{1 + G_a} = \frac{3,8}{1 + G_a(0)}$$

$$= 3,8 \cdot \left| S\left(\frac{1}{\omega_{2\pi}}\right) \right|_{\omega=0}$$

ore 14:27