

20/05/09

Ultima ora

4.3) Sistemi di controllo: la risposta in regime permanente ad ingressi polinomiali

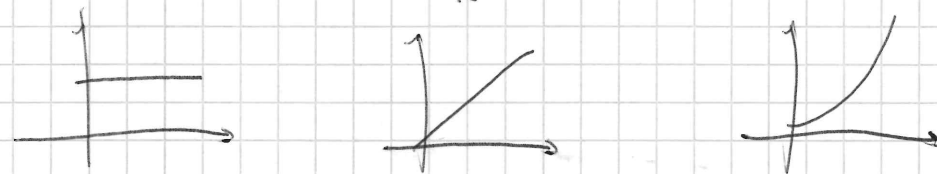
4.3.1) Conatti polinomiali

li interessano alla fedeltà di risposta in regime permanente in presenza di sollecitazioni ingressi (reg. perm  $\rightarrow$  limitati i transienti).

Potrei limitarmi a studiare ingressi di questo tipo? Beh, gli ingressi polinomiali (gradino, rampa e parabola) sono più o meno sufficienti, perché permettono di studiare già molto bene i sistemi.

$$r(t) = R_0 \frac{t^K}{K!}$$

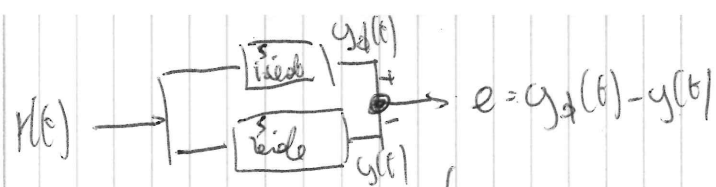
Questa è un'espressione di un segnale polinomiale. Per  $K=0, 1, 2$  si hanno rispettivamente il <sup>gradino</sup> ~~gradino~~  $(r(t) = R_0 \xrightarrow{s} R(s) = \frac{R_0}{s})$ , la rampa  $(r(t) = \frac{R_0 t}{1} \xRightarrow{s} \frac{R_0}{s^2})$ ; la parabola  $(r(t) = \frac{R_0 t^2}{2} \xRightarrow{s} \frac{R_0}{s^3})$



Questi sono i primi ingredienti.

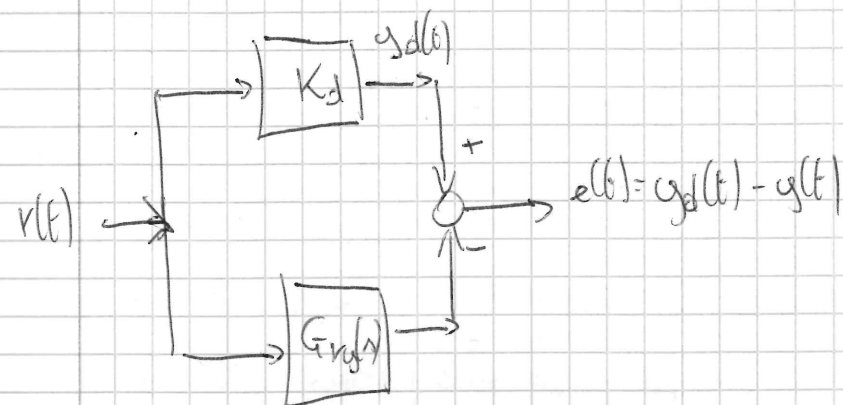
L'altro ingrediente importante per parlare di fedeltà di risposta è il "sistema errore": se vogliamo misurare la fedeltà di risposta dovremo misurare un errore.

Dato un sistema di controllo, supponiamo di testare con uno dei tipi di segnali polinomiali, confrontandolo col sistema ideale:



$e(t)$  è l'errore. Questo è il "sistema errore".

Adesso dopo aver parlato di: in un sistema di controllo ideale si dovrebbe riprobare per per l'ingresso a meno di una certa amplificazione. Il sistema ideale "multiplicarsi" per  $K_d$ .



Il sistema vede si può pensare come la generica  $G(s)$

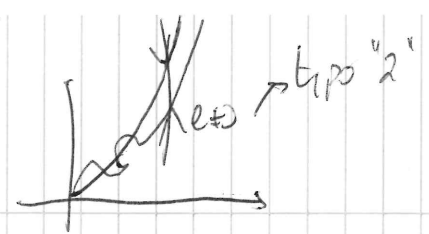
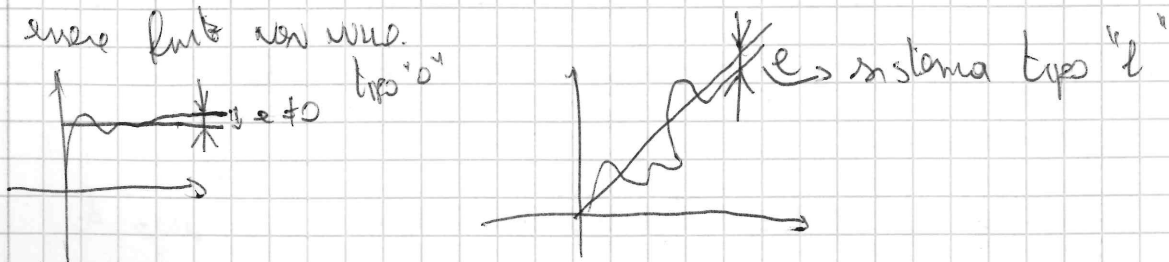
Il sistema errore è così in blocco:

$$E(s) = Y_d(s) - Y(s) = K_d R(s) - G(s) R(s) = [K_d - G(s)] R(s)$$

Questo è l'errore. La fdt tra il riferimento e l'errore,  $G_e(s)$ , è " $K_d - G(s)$ ".

Definizione: un sistema di controllo è di tipo " $K$ " (diverso da zero, vale a dire 0, 1, 2) se l'errore in regime permanente corrispondente all'ingresso di ordine  $K$  è pari ad una costante non nulla.

Esistono il numero, quando l'ingresso è di ordine 0, l'errore deve essere finito non zero.



Stessa cosa con la perdita:

Sistemi di controllo a retroazione del tipo sono più fedeli e meno ingenui.

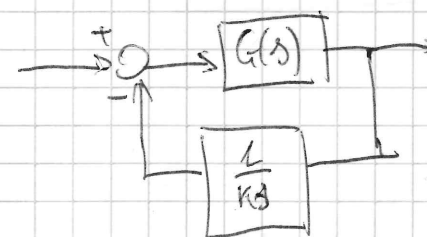
Si noti se per ora il "tipo" dipende dal segnale

Altro ingrediente:

Teorema: un sistema di controllo è di tipo " $K$ " se e solo se la funzione di trasferimento di errore ( $G_e(s)$ ) presenta nel punto  $s=0$  uno zero di molteplicità  $K$ .

Cio vuol dire si "semplica" la fdt al segnale.

Data la funzione di errore, sostituiamo il  $G(s)$  dopo aver assunto che:



In generale si aveva  $H(s)$ , noi hanno in modo di avere nel caso di ritorno  $\frac{1}{K_d}$ .

Si può scrivere  $G(s)$  come:

$$G(s) = \frac{G(s)}{1 + \frac{1}{K_d} G(s)}$$

Considerando  $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ ;  $G(s)$  sarà:

$$G(s) = \frac{\frac{N}{D}}{1 + \frac{1}{K_d} \frac{N}{D}} \rightarrow \frac{N}{D + \frac{N}{K_d}}$$

$$G_e(s) = K_d - G(s) = K_d - \frac{G}{1 + \frac{1}{K_d} G} = K_d - \frac{G K_d}{K_d + G} = \frac{K_d^2 + K_d G - K_d G}{K_d + G} = \frac{K_d^2}{K_d + G}$$



Questa è la "funzione errore".

Gli zeri della funzione errore sono parenti di  $G$ ? Beh, gli zeri di  $G_e$  sono i poli di  $G$ .

↓

Tesoro: un sistema di controllo è di tipo  $K$  se e solo se la fdt  $G(s)$  presenta nel punto  $s=0$  un polo di molteplicità  $K$ .

Qua allora tutti gli ingegneri per vedere, in uno di questi tre tipi di sistemi di controllo, come si comporta, con inguanti test polinomiali di ordine 0, 1, 2, vedere se fedeltà di risposta si ha o no.

21/5/09

Il cap. 4 lo troviamo nel 3 dell'esideri

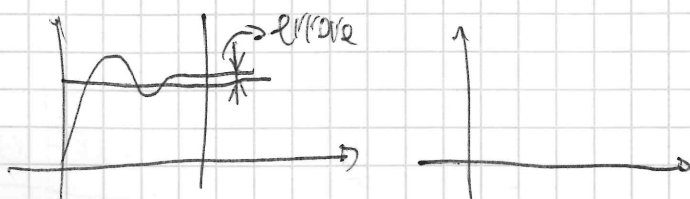
4.3.2) ~~Problema~~

Problema il problema: dato un sistema dinamico, vogliamo studiare la fedeltà di risposta, con inguanti polinomiali. L'idea è: quando mettiamo di questi inguanti, qual è l'errore nell'uscita?

Dato un gradino di ampiezza  $v_0$ , l'uscita desiderata è

$$y_d(t) = K_d \cdot v_0$$

L'uscita effettiva dipende dal tipo di sistema:

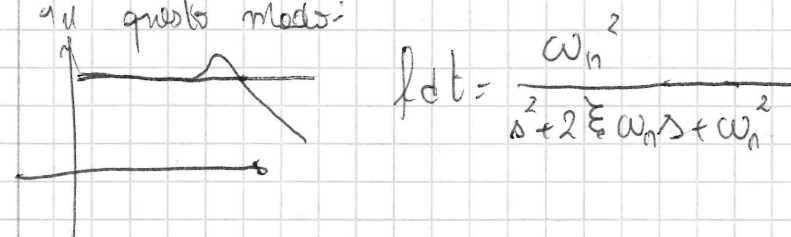


Vero e proprio!

↓

4.3.2) Caso dei sistemi retroazionati

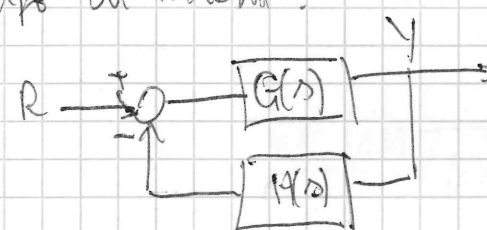
Dato ad esempio un filtro, un passa basso, che in freq. risponde in questo modo:



Qua il regime permanente non è interessante! Nemmo molto in evidenza l'errore a regime permanente!

In generale, si può porre questo problema, il fatto che in realtà si abbia qualche errore.

Nel caso di sistemi retroazionati, in generale sono questi tipi di sistemi:



Ma progettiamo  $H(s)$  statico; e  $G(s)$  quando è dinamico,  $H(s)$  è a "due gradi di libertà".

Si progetterà un  $H(s)$  statico

Consideriamo alcuni casi:

$$G_{ry}(s) = \frac{Y}{R} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Si definisce  $K_d$  il guadagno statico del sistema retroazionato:

$$K_d = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ry}(s) \quad \left[ \text{Non quello generalizzato! Non si deve avere} \right]$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H}$$

Quando facciamo il lim se  $G(s)$  ha uno o più poli nell'origine,  $G(s) \rightarrow \infty$ ,  $s \rightarrow 0$ , allora il guadagno statico di  $G_{ry}$  è  $\frac{1}{H}$ .

$$K_d = \frac{1}{H}$$

$$K_t = \frac{1}{H} = \frac{1}{G_t G_y}$$

Per di  $G_t$  è dato, assegnato  $K_d$ , possiamo progettare  $G_y$ :

$$G_y = \frac{1}{G_t K_d}$$

Questo è il punto perso per il progetto!

Guardando il numero di poli in 0 per  $G$ , si vede il tipo!

Ad esempio, in un operando un ampli invertente è un sistema di tipo 0.

Calcoliamo l'errore nei vari sistemi di controllo quando il riferimento può essere un gradino, una rampa, una parabola!

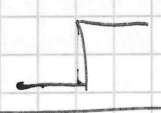
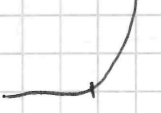
Vogliamo vedere l'errore in regime permanente:

$$E(s) = G_e(s)R(s) = \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} R(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} R(s)$$

Questa sarà fondamentale!

Vogliamo disegnare una tabella con i vari tipi di riferimento, e poi vedere del tipo di sistema di controllo.

|     |  |  |  |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| "0" | $\frac{K_d^2 R_0}{K_d + K_p}$                                                       | $\infty$                                                                            | $\infty$                                                                             |
| "1" | 0                                                                                   | $\frac{K_d^2 R_0}{K_v}$                                                             | $\infty$                                                                             |
| "2" | 0                                                                                   | 0                                                                                   | $\frac{K_d^2}{K_a} R_0$                                                              |

Un sistema di tipo "0" è un sistema in cui non ci sono poli nell'origine in  $G(s)$  (pdf):

$$\text{tipo "0"} \quad K_{st} = K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \\ e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} R(s) = \frac{K_d^2}{s} \cdot \frac{1}{K_d + G(s)} = \frac{K_d^2}{K_d + G(0)} \quad G(0) = K_{st} = K_p$$

Se prendo un sistema di tipo 0 e metto un gradino, avevo un errore finito non nullo di questo valore.

• riferimento a rampa:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \frac{R_0}{s} =$$

Nota: facendo sto conto si tende a  $\infty$ . Il limite va a  $\infty$ !

Può esserci un aspetto: prendendo  $\frac{K_0}{s}$ , e "spostando" su quest'altro:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left\{ \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \frac{1}{s} \right\} \frac{R_0}{s}$$

Si noti che questo conto va a  $\infty$ , ma lo dimostreremo nel tempo, vedi i sistemi!

In regime permanente, mettendo una rampa, l'errore diverge!

Mettendo un gradino, nell'operando, si avrà un errore finito a piacere, al variare dei parametri.

L'operando a un gradino risponde con un errore. Ma una rampa?

In regime permanente, l'errore diverge! Se in un'onda triangolare si ha una rampa di lunghezza  $\infty$  e si aspetta un errore alle costanti di tempo, si ha un errore! Si può limitare, ma c'è!

• Perché: stesso discorso di più.



Sistemi tipo "1":

$$K_{st} = K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s); \quad \text{con}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \frac{R_0}{s} =$$

Non facciamo la cancellazione; notiamo che:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s K_d^2}{s K_d + s G(s)} R_0 = \frac{0}{K_V} \cdot R_0 = 0$$

Mettendo un integratore a gradino, nel un sys tipo 1, l'errore è nullo!

-Rif. a rampa:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \frac{R_0}{s^2} = \frac{K_d^2 R_0}{K_V} =$$

$\rightarrow K_d$  si annulla!

Con una parabolica:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \frac{R_0}{s^3}$$

Questo limite diverge, bisogna decelerare nel tempo come prima.

Non valgono le ipotesi del teorema del valore finale! Il limite non è finito!

Sistemi tipo "2"

$$K_{st} = K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{K_d^2 \rightarrow 0}{\underbrace{K_d + G(s)}_{\rightarrow K_a}} \frac{R_0}{s} \cdot \frac{s}{s} \rightarrow 0!$$

Rampa

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \cdot \frac{R_0}{s} \cdot \frac{1}{s} \rightarrow 0$$

Paradola:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{K_d^2}{K_d + G(s)} \cdot \frac{R_0}{s^{3/2}} = \frac{K_d^2}{K_d + K_a}$$

Si noti che man mano che aumenta l'indice del tipo del sistema di controllo, questo diventa "più preciso" per i più ingeni.

Qui si dà anche un'idea del fatto che la parabolica, da tre, è il segnale più "difficile da inseguire" nel regime permanente.

Si sappia che purtroppo nessun sistema COSTA, dunque avere un sistema di tipo elevato è difficile.

4.4) Sistemi di controllo: la risposta in regime permanente a disturbi addizionali

4.4.1) Disturbi polinomiali

Avremo parlato delle caratteristiche di un sistema di controllo, tra cui la possibilità di attenuare i disturbi.

Disturbi polinomiali: non solo il tipo passo si considera nel ramo diretto. Si considerano gradino, rampa, parabolica.

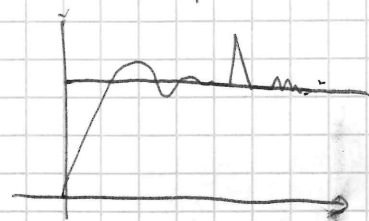
Allora trattate il caso dei riferimenti; adesso allora dei disturbi.

I disturbi sono ingeneri, e noi vogliamo vedere come essi possono essere ed agire nell'uscita, "de effetto zero". Si suppone di avere un sistema di tipo "1": dato un riferimento a gradino,  $R_0$ , l'uscita sarà  $K_a R_0$ , quella effettiva sarà con errore a 0.





Se vi fossero disturbi, essendo il sistema lineare posso sommare gli effetti! Si può avere qualcosa di più generico?



Esistono la causa, l'errore, a questo punto, per effetto del disturbo può anche non andare a 0.

Si sta parlando dell'effetto sull'uscita dei disturbi di tipo polinomiale.

NOTA: NON si usano i risultati precedenti per gestire i disturbi!

Usiamo una strada formale: dobbiamo definire l'errore sull'uscita, tipo ieri, con anche di:

$$E^{r,d}(s) = Y(s) - Y_d(s) = G_{ry}(s) R(s) + G_{dy}(s) D(s) - K_d R(s) =$$

L'uscita effettiva è la ~~somma~~ <sup>somma</sup> dei ~~contributi~~ <sup>contributi</sup>

Si vuole che l'errore in regime permanente, quando c'è un disturbo  $r$  e  $d$ , è:

$$e^{r,d} = \lim_{s \rightarrow 0} s E^{r,d}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \{ (G_{ry}(s) - K_d) R(s) + G_{dy}(s) D(s) \}$$

Ma sappiamo che

$$K_d = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ry}(s)$$

Ma quindi la prima va a 0!

$$\rightarrow e^{r,d} = \lim_{s \rightarrow 0} \{ s G_{dy}(s) D(s) \}$$

Qui si usano con: l'errore sull'uscita, quando c'è un determinato disturbo, calcolato con il contributo sull'uscita di quel disturbo!

Sopprimendo tutto tranne quel disturbo, si calcola il contributo sull'uscita solo del disturbo!

Esempio

Sopprimiamo la causa come da un disturbo polinomiale. Dobbiamo sapere quanto vale l'errore sull'uscita quando c'è un disturbo  $d$ .

$$E^{d1}(s) = Y^{d1}(s)$$

L'errore sull'uscita per  $d$ !

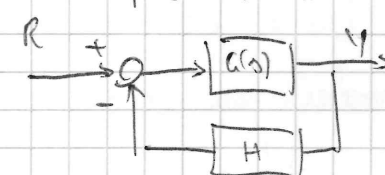
$$= G_{dy}(s) D(s)$$

$$G_{dy}(s) = \frac{G_p(s)}{1 - \{G_p(s)G_c(s)G_r(s)A\}} D(s)$$

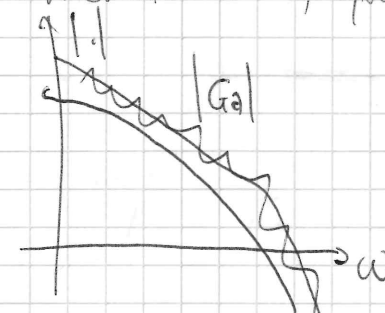
Nota: la f.d.t. da qualsiasi punto non sempre tutte le stesse denominatori!

4.4.2) Disturbi sinusoidali

Presentiamo, prima di altri disturbi, la risposta in frequenza di un tipico sistema di controllo



Qual è la risposta in frequenza del sistema? <sup>Sopprimiamo</sup> ~~Sopprimiamo~~ la funzione di quello  $G_d = G(s)H$  nei sistemi di controllo analizziamo questo andamento in frequenza:



Com'è la  $G_{ry}$ ?

$$G_{ry}(s) = \frac{G(s)}{1 + H G(s)}$$

Completando un attimo la f.d.t. del sistema vediamo con quanto

unitaria.

$$G_{eq}(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{1}{H} \frac{G(s) \cdot 1}{1+G(s)}$$

$\frac{G_d}{1+G_d}$  è chiamata "funzione di trasferimento";

$$T(s) = \frac{G_d}{1+G_d}$$

ed è anche chiamata "funzione di sensibilità complementare".

Mentre la "funzione di sensibilità",  $S(s)$ , vale:

$$S(s) = \frac{1}{1+G_d(s)}$$

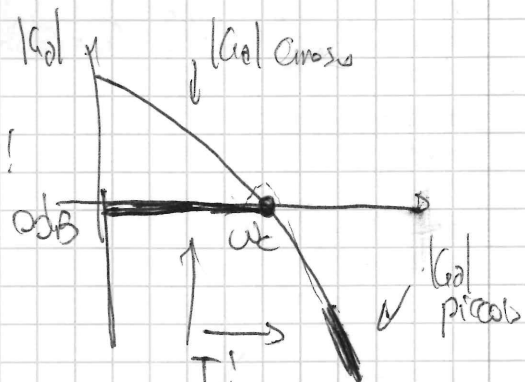
$$T(s) + S(s) = 1 \quad \forall s \in \mathbb{C}$$

Se quella di prima, lo  $\Delta$   $G_d(\omega)$ , vorrei sapere con  
si può disegnare  $T(j\omega)$  e  $S(j\omega)$ ;

$$T(j\omega) \begin{cases} \approx 1 & |\omega| \ll 1 \\ \approx 0 & |\omega| \gg 1 \end{cases}$$

Vedere i limiti:  $T \rightarrow 1$ ,  $|\omega| \gg 1$

Se  $|\omega| \ll 1$ ,  $T \approx G_d$



Per la funzione di sensibilità, se  $|\omega| \gg 1$ ,

$$S(j\omega) \begin{cases} \approx \frac{1}{G_d} & |\omega| \gg 1 \\ \approx 1 & |\omega| \ll 1 \end{cases}$$



Peraltro,  $T$  e  $S$  non gli stessi poli.

Si parla di alta frequenza e bassa frequenza;  $\omega_c$  è importante;  
è la frequenza in cui la funzione di quello vale "1", 0dB.

Ora posso trattare disturbi sinusoidali.

$$d_2(t) = a_2 \sin(\omega_2 t) \quad \forall \underline{\omega}_2 \leq \omega_2 \leq \bar{\omega}_2 \leftarrow \text{Bounds!}$$

La larghezza di banda si può calcolare a -3dB; particolarmente  
ad, vogliamo trattare il caso di disturbi sinusoidali.

Per ora considero nel senso principale, per nulla rilevante.

Se c'è un disturbo non siamo molto influenzati di esso. Potremo  
considerare  $a_2$ , o altro!

Dati  $a_2$  e i bound su  $\omega_2$   $\mathcal{E} : \omega_2 \in [\underline{\omega}_2, \bar{\omega}_2]$

Vogliamo quantificare il contributo massimo in  $d_2$ , in modo da  
progettare di conseguenza il sistema.

L'errore deve essere limitato:

$$|e_{d_2}| \leq \delta_2$$

Il contributo nell'uscita quando c'è questo disturbo è:

$$E^{d_2}(s) = Y^{d_2}(s) = G_d G(s) D_2(s) = D_2(s) \cdot \frac{G_d(s)}{1 - \{G_t \cdot G_y \cdot (-1) \cdot G_d(s) \cdot A \cdot G_p(s)\}}$$

$$= G_d(s) \cdot \frac{1}{1+G_d} D_2(s) = G_d(s) S(s) D_2(s)$$

Facciamo un'ipotesi: il fatto che  $G_d(s) = 1$ . Poi la ridimensiono

$$\Rightarrow E^{d_2}(s) = S(s) D_2(s)$$

DONANDA: ma se un sistema è di un tipo "tipo", ma se questo ha poli complessi, non solo serve? Ma la storia del "sistema immunitario"?

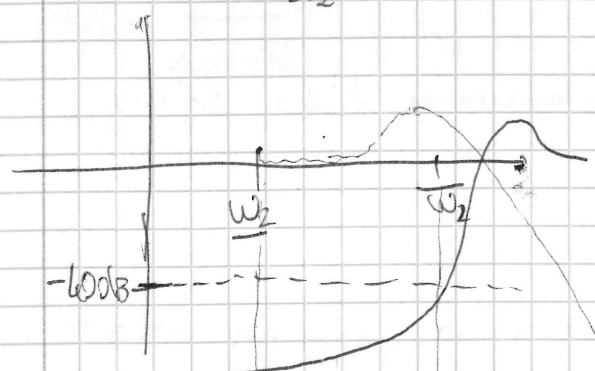
Li deve essere in aiuto un moltiplicatore la risposta a un segnale immunitario.

$$e^{j\omega t} = y^{dt}(t) = a_2 \cdot |S(j\omega_2)| \sin(\omega_2 t + \gamma)$$

$$|e^{j\omega}| \leq g_2 \Rightarrow a_2 |S(j\omega)| \leq g_2 \quad \forall \omega_2 \in [\underline{\omega}_2, \bar{\omega}_2]$$

Allora basetto il modulo di  $g$  nel modulo  $\omega$  in un modo sulla funzione di sensibilità!

$$|S(j\omega_2)| \leq \frac{g_2}{a_2}$$



Se la risposta del sistema è in un intervallo, la costante deve essere in tutto l'intervallo. Supponiamo che  $\frac{g_2}{a_2} = -40 \text{ dB}$

Da questa specifica hanno da la funzione di sensibilità deve essere fatta in questo modo.

Funzione  $S$ , funzione anche  $T$ .

Allora un disturbo misurabile nel caso stretto e abbiamo ottenuto.

Per fare, dobbiamo fare una funzione di sensibilità molto bassa, spingere  $\omega_c$  e  $\omega_b$  per alte frequenze. Allora, la larghezza di banda del sistema deve essere la più larga possibile, per ottenere più rumore.

Altro caso: caso di variazioni

$$d_t(t) = a_t \sin(\omega_t t) \quad \forall \omega_t \leq \bar{\omega}_t$$

Lo dice da il disturbo misurabile di solito è un disturbo ad alta frequenza.

Summo cosa capita quando nasce solo  $d_t$ :

$$e^{j\omega t} = y^{dt}(t) =$$

$$E(s) = Y^{dt}(s) = G_{dt} G(s) D(s) = \frac{-G_d G_c(s) A G_p(s)}{1 + G_d} D(s)$$

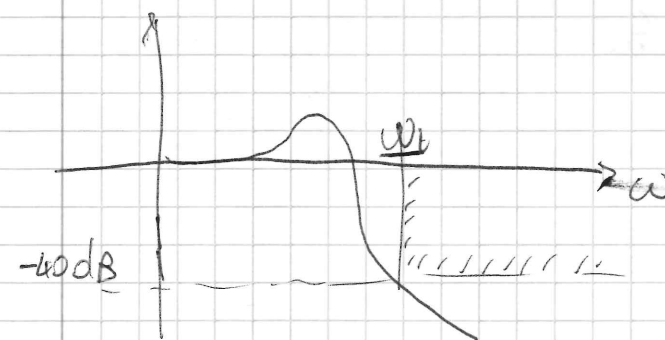
$$= \frac{1}{G_t} \cdot \frac{-G_d}{1 + G_d} D(s) = -\frac{1}{G_t} T(s) D(s)$$

$$e^{j\omega t} = y^{dt}(t) = a_t \cdot \frac{1}{G_t} |T(j\omega_t)| \sin(\omega_t t + \gamma_t)$$

$$|e^{j\omega}| \leq g_t \Rightarrow a_t \frac{1}{G_t} |T(j\omega_t)| \leq g_t$$

$T$  in modulo deve soddisfare:

$$|T(j\omega)| \leq \frac{g_t G_t}{a_t} \quad \forall \omega_t \leq \bar{\omega}_t$$

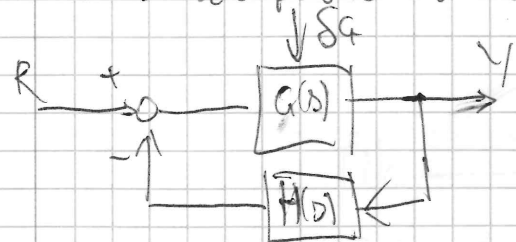


La  $T$  deve stare, da  $\omega_t$  in poi, sempre al di sotto del valore limite!

Lo significa che  $T$  è un vincolo su  $T$ . Bisogna fare in modo che  $T$  sia sotto questa maschera! Per far ciò, deve CHIUDERE LA BANDA! La  $\omega_t$  dà un limite superiore per la banda di controllo!  $\omega_t$  è l'opposto di quello di power! Bisogna tagliare la banda per attenuare il rumore.



4.5) La sensibilità alle variazioni parametriche  
 di si sta ponendo il seguente quesito:



Il sistema di controllo deve far in modo da ottenere disturbi polinomiali  
 ma anche parametrici!  $\delta G$  e  $\delta H$ !

Sulle f.d.t. posso avere variazioni di parametri da modificare le loro  
 caratteristiche!

Come cambia il comportamento del sistema di controllo e la sua  
 f.d.t.?

Si definiscono le funzioni di sensibilità, due casi: variazioni solo in  $G$   
 e solo in  $H$ .

I° caso

Definiamo la funzione di sensibilità  $S_G^{G_{reg}}$  di  $G_{reg}$  rispetto a  $G$ .

Sono variazioni di tipo relativo di  $G_{reg}$  rispetto a  $G_{reg}$  nominale, rispetto  
 le variazioni di  $G$  rispetto a  $G$  nominale:

$$S_G^{G_{reg}} = \frac{\frac{\delta G_{reg}}{G_{reg}}}{\frac{\delta G}{G}} = \frac{\delta G_{reg}}{\delta G} \cdot \frac{G}{G_{reg}}$$

↓

Quanto vale quella funzione su quella struttura? Beh, si fa  
 col  $G_{reg}$ ! Si ha che:

$$S_{-} = \frac{1}{1+G_0}$$

II° caso:

$$S_H^{G_{reg}} = \frac{\delta G_{reg}}{\delta H} \cdot \frac{H}{G_{reg}}$$

Nel nostro caso:  $\frac{\delta G_{reg}}{\delta H} = \frac{-G_0}{1+G_0}$

Le rappresentazioni hanno in frequenza ste cose? Beh, quella del I°  
 caso ha la funzione di sensibilità fissa unitaria; l'altra è simile a  $T$ !  
 In modulo è pari a  $T$ ! Ste due funzioni sono complementari!

Questi due moduli sono in contrasto tra loro!

Per avere piccole variazioni in  $G$ ,  $S$  deve essere piccolo! Ma a  
 bassa frequenza,  $S$  è piccolo! Se ho variazioni in  $G$ , sono piccole,  
 A BASSA FREQ. Aumentando la frequenza  $S$  sale sempre più!

Intorno a quella frequenza, se ho variazioni in  $G$ , me lo vedo più  
 più! Sulla f.d.t.  $G_{reg} \quad \frac{\delta G_{reg}}{G_{reg}} = S_H^{G_{reg}} \frac{\delta G}{G}$

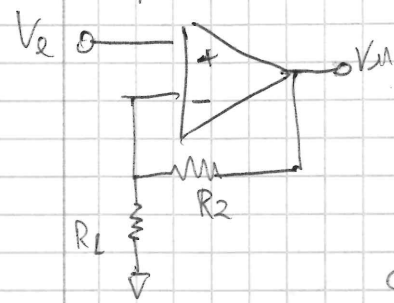
Se ho due variazioni in  $H$ , la funzione di sensibilità da  
 usare è quella che assomiglia a  $T$ ! Guardando le variazioni in  
 $G_{reg}$ , quando il diagramma di  $T$ , è vicino le cose di più!

$$\frac{\delta G_{reg}}{G_{reg}} = S_H^{G_{reg}} \frac{\delta H}{H}$$

Non potrà attenuare tutto nel caso di variazioni! Quindi, dovrà  
 SPERARE, più si cerca un oggetto che non dovrà introdurre disturbi!  
~~alla stessa frequenza!~~ GUARDA LE FIGURE DI PRIMA!

Si ottiene con un fatto puramente grafici di  $S$  e  $T$  a seconda  
 di dove sta.

Esempio



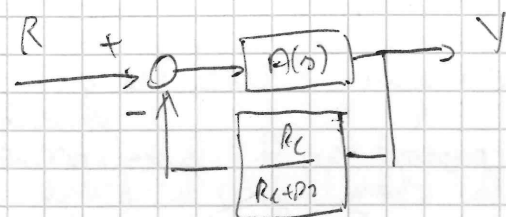
$$A(s) = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} \quad A_0 \in [10^5 \div 10^7]$$

normale particolare

Si si chiede: se si carica l'opamp, chi mi garantisce che non cambia lo stesso guadagno?

$$\omega_1 \approx 10 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 \approx 10^6 \text{ rad/s}$$

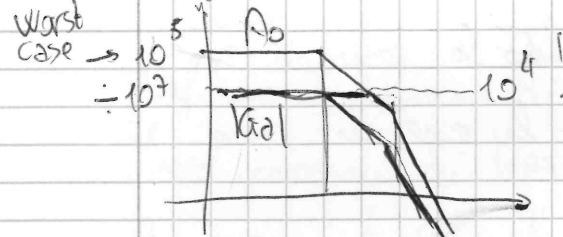
$$R_L = 1 \text{ k}\Omega; \quad R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$



$$\frac{\Delta A_0}{A_{open}} = \frac{10^4 - 10^5}{10^5} \approx \frac{10^3}{10^5} = 10^{-2} = 1000\%$$

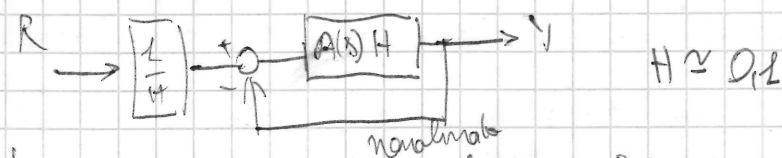
Questa è una variazione del 1000%

A(s) da sto antenato:

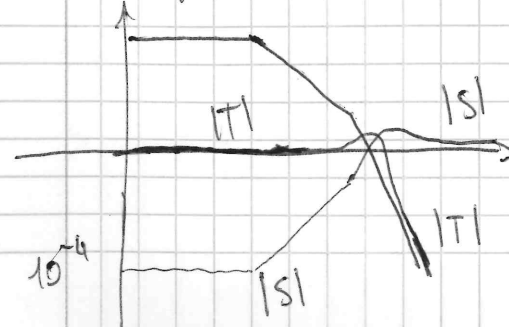


La  $|G|$  è "traslata" di 10, la  $G_{gr}$  è parte da  $10^4$  e regolerà l'altezza, più o meno.

Consideriamo relazione unitaria:



Lo vedo in qualche Vdi in fatto 10 ( $H=1$ ): è  $|G|$ ! La  $|S|$  è area unitaria?



C'è un modo netto in natura: con varia  $G_{gr}$  rispetto un mondo grande, uso la funzione di sensibilità rispetto a  $A$ ,  $\frac{\Delta A_0}{A_{open}} \rightarrow 10000\%$ .

Supponiamo di usare sto quanto a bassa frequenza. Qui la funzione di sensibilità è la  $10^{-4}$ , la "normale". In questa zona di frequenza,  $\frac{\Delta A_0}{A_0}$ ,  $S_A^{G_{gr}} = 10^{-4}$ ! Cambia dell'1% il guadagno, ed è un caso proprio sfregato! Un caso molto patologico!

Perché potrebbero sistemi di controllo con guadagno alto in bassa frequenza, non interessarsi a volte la funzione "S" di sensibilità, sul ramo diretto; supponiamo di avere un buon trasduttore nella retroazione.

22/5/03 | Guida al laboratorio

Baro il 1° problema | 46) Introduzione ai problemi di laboratorio

Sistema di controllo; per noi generalmente  $G_r = 1$ ;  $d_1, d_2$  polinomi =  $\gamma_1, \gamma_2$ ;  $\frac{d_1}{d_2}$  è un gradimento da una rampa.

Rapporto di scala  $\leftrightarrow$  guadagno statico  $\leftrightarrow K_d$

Bisogna trovare  $G_r$  e  $G_{gr}$ , solo "struttura e pesanti", la "parte statica", quello che si può dedurre dalle caratteristiche di precisione.

1)  $K_d = 1 \rightarrow H = \frac{1}{K_d}$  fatto ciò che sta nel ramo di ritorno

$= G_r \cdot G_{gr}$   
 $\rightarrow G_r$  è dato,  $K_d$  è dato, si ricava  $G_{gr}$ !  $G_{gr} = \frac{1}{K_d G_r} = 1$



2) Errore in regime permanente causato da  $0.2$ .  $2$  è una RAMP; l'errore deve essere finito non nullo.

Rispettare le specifiche in maniera STRETTA!

È richiesto che l'errore in presenza di rampa unitaria sia finito e non nullo. Il sistema DEVE essere di tipo  $1$ .

All'esame, se scegli il tipo di sistema, ~~non~~ BOCCHIATO.

È necessario mettere un polo nell'origine in  $G_c$ ? Beh, il sistema è di tipo  $1$ ;

$$G = G_c \cdot A \cdot G_p!$$

{ c'è già un polo nell'origine in  $G$ ? Beh, sì. C'è in  $G_p$ . Non è }  
(necessario mettere poli in  $G_c$ !)

Nella forma generale,  $G_c(s)$  avrà forma del tipo:

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s^r}$$

$\Rightarrow r=0$ ! Il controllore  $G_c$  non dovrà avere ALTRI poli nell'origine!

Dalla tabella:

$$|e_{\infty}^r| = \left| \frac{K_d^{2 \leftarrow 1}}{K_v} R_0 \right| \leq 0.15 \rightarrow \frac{1}{K_v} \leq 0.15 \rightarrow$$

↑                      ↑  
incognita            1

Si ricordi che:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s) \Rightarrow \text{IL GUADAGNO STAZIONARIO DI } G!$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s G(s) A G_p(s)$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{K_c}{s} = [K_c] \text{ Con } K_c! \\ &\rightarrow = A K_c \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$|e_{\infty}^r| = \left| \frac{1}{A K_c \frac{25}{2}} \right| \leq 0.15 \Rightarrow |K_c| \geq$$

$$\rightarrow \underline{5.614 = K_c}$$

3) NON usare la tabella e fare i conti. LA TABELLA serve SOLO per il riferimento.

$$d_1(t) = 8t, \quad |y_e| \leq 5.5 \cdot 10^{-3}$$

Si scrive questo errore, se ne calcola il contributo; allora trovare:

$$e(s) = \frac{d(s)}{Y(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_c \cdot G_y \cdot G_c \cdot A \cdot G_p} D(s)$$

$$|e_{\infty}^d| = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_p}{1 + G_c G_y A G_p \frac{K_c}{s r}} \frac{y_e}{s}$$

Supponiamo di non aver scelto il tipo del controllore!

Il valore di  $r$  tale per cui il limite è finito non nullo, sarà  $0$ ! Da qua ANCHE si può intuire il tipo del controllore, di  $G_c$ !

Facciamo il calcolo:

$$\Rightarrow \frac{G_p(0)}{1 + G_c G_y A G_p(0) K_c} \max \{y_e\} \stackrel{0.015}{\leq}$$

$$\rightarrow \frac{25K}{1 + 1.0095 \cdot \frac{25}{2} \cdot K_c} \frac{y_e}{s} = \max \{y_e\}$$

$$K_c = \underline{3.8597} \quad ? \quad \underline{3.86} \sim !$$

Si noti che stiamo trattando separatamente le costanti. Il valore di  $K_c$  è quello più grosso!



4)  $E^{d2}(s) = Y^{d2}(s) = D_2(s) \cdot \frac{G_d(s)}{1 + G_c(s)G_c(s)A(s)}$  ;

$|E^{d2}| = \lim_{s \rightarrow 0} s \dots = \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{25}{2} \cdot s \cdot 0,055} \approx 7,5 \cdot 10^{-4}$

↓  
L' "1" si "trasera", perché  $\mathcal{L}\{x_c\} = \frac{x_c}{s}$ , il limite così diventa finito.

Il sistema risultante è stabile o instabile?

27/05/08

4.7) La risposta transitoria di sistemi di controllo con retroazione

Avremo affrontato il problema della fedeltà di uscita in particolari condizioni: regime permanente, e sistemi plurimodi. Si può introdurre un nuovo punto.

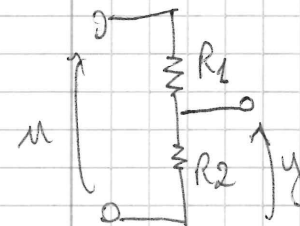
Volendo invece occuparsi del transitorio, l'analisi ~~dei~~ formule si complica sensibilmente.

Bisogna trovare scorciatoie; la prima è quella di considerare la risposta al transitorio per un ingresso a gradino. Questo perché è il segnale di ingresso più "esigente" all'output per il transitorio, per la discontinuità in 0 (e che non può essere smooth).

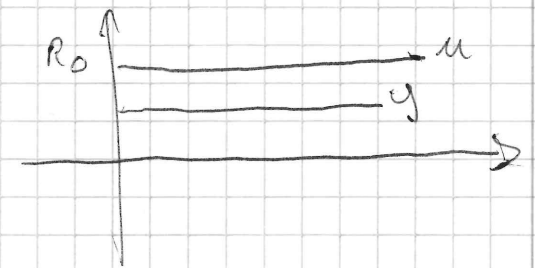
I sistemi di controllo progettati in qualche modo possono essere assimilati a un qualche sistema "ideale prototipo"? Beh, sì: si può individuare una "dinamica dominante del II° ordine": ciò che regola il transitorio è una coppia di poli complessi coniugati. Non ci sono solo loro, ma "dominano".

Esempio

Perché ci si pone il problema del transitorio? Consideriamo ciò:



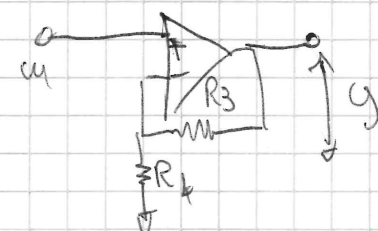
$$y = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$



Legame STATICO tra ingresso e uscita.

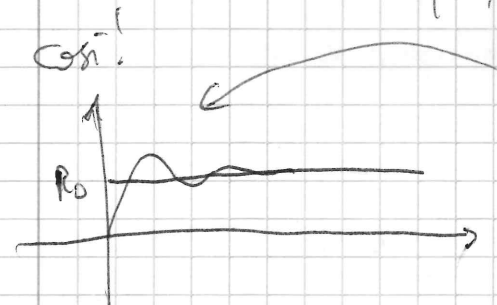
Mettendo un ingresso a gradino  $R_0$ , la variazione dell'uscita, sarà immediata. Ugualmente, a meno di un fattore di scala.

Allo esempio:



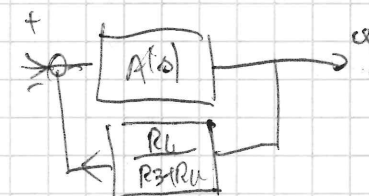
$$\frac{y}{u} \approx 1 + \frac{R_3}{R_4} ?$$

Beh, no! Fermiamoci qui, il legame è statico! E no! Non è



La risposta ha qualcosa di questo tipo! La ~~uscita~~ uscita non segue perfettamente l'ingresso!

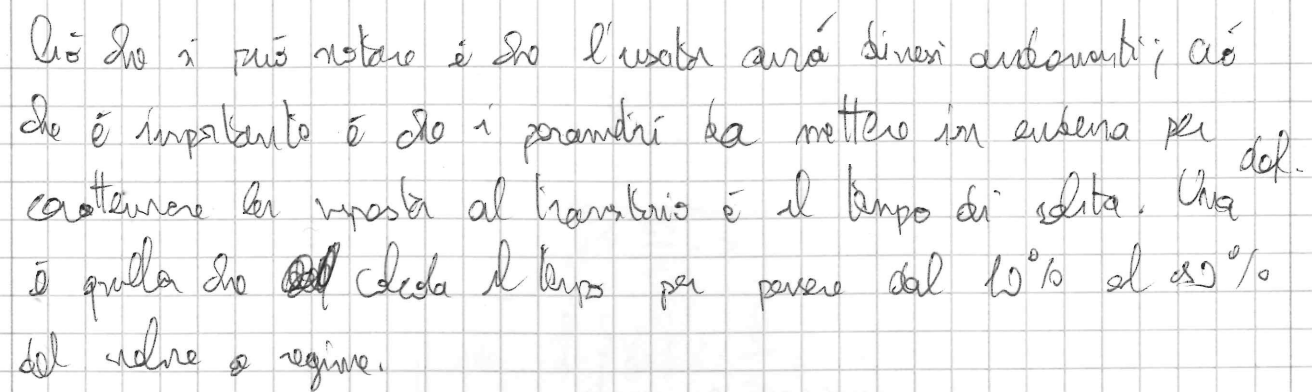
Nel transitorio, il legame statico è insufficiente! Serve ciò:



Su un sistema dinamico, l'uscita non segue <sup>immediatamente</sup> l'ingresso!

4.7.1) Caratterizzare genericamente nel tempo

Parlando della risposta a gradino nel transitorio, ci si aspetta che il sistema risponda in un certo modo.



Da definire se mi viene  $\tau$  il tempo di salita e il tempo impiegato a raggiungere per la I<sup>a</sup> volta il valore di regime permanente.  $t_s$

8. svallanzione: si definisce come il valore massimo, meno il  
valore in eq. perverte, diviso il valore in eq. per (s. relativa):

Da smadungono da miola di quanto ci si annava all'ave ju;  
più il  $\Xi$  è basso, più il soleno è instabile, più la sonell. è  
alta!

Tempo di arrestamento: tempo che impiega la risposta a entrare in una fascia a  $\pm \epsilon$ ; di solito si ha 1%, 2%, 5% ~~di~~, rispetto al valore finale.

4,7,2) Parametri della risposta al gradino di sistemi propri del II° ordine.

Dallo un sistema di 10 generi:

È del tipo s. probolito del II° ordine

Rapporti in scala del Vpp: si ~~si~~ ~~si~~ mettono in grado  
unitario, l'esito sarà:

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad U(s) = \frac{1}{s}$$

Anti-trasferendo, si dimostra che nel corpo  $\mathbb{R}$  non c'è una cosa del tipo:

$$g(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-j\omega t} \sin \left\{ \omega t \sqrt{1-\xi^2} + \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right\}$$

Q: quali sono i vari parametri (sonda,  $t_s$ , ecc)?

Si dimostra a suoi di seguito lo:

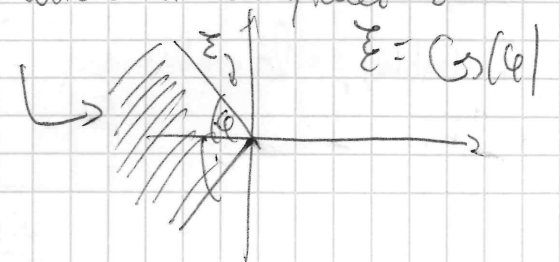
$$\lambda_8 = e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{4-\xi^2}}} = f_1(\xi)$$

Questa formula si può usare sia in fase di ordine ma in fase di progetto: dato qualsiasi usando sta formula si può progettare la potenza di poli complessi coniugati: si inserisce la funzione, e

$$\sin \theta = \frac{\ln \left( \frac{1}{3} \right)}{1 + \left( \frac{\ln \left( \frac{1}{3} \right)}{\pi} \right)^2}$$

Dire che  $\hat{s}$  è inferiore a un certo  $\hat{s}_0$ , significa dire che  $\hat{\epsilon}$  deve essere maggiore o uguale a un certo  $\hat{\epsilon}_0$ : bisogna avere almeno un certo momento dei poli.

Un criterio per trovare poli/zeros è quello di  
 posizionarli su questo retto:  $\xi = \zeta_0$   
 Con n impare lo moltiplico!





Tempo di salita:

$$t_s = \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \left\{ \pi - \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right\}$$

Si vede che:

$$t_s \cdot \omega_n = f_2(\xi) \quad \text{funzione dello smorzamento!}$$

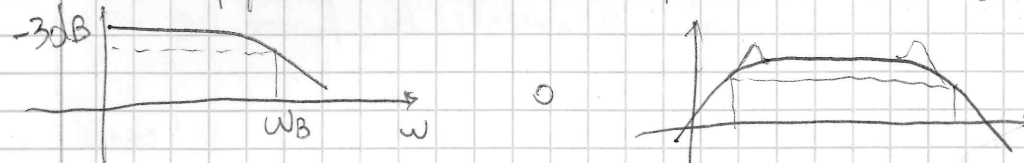
Tempo di assestamento:

$$t_a \approx \frac{-\ln(\epsilon)}{\omega_n \xi} \rightarrow \omega_n t_a = f_3(\epsilon, \xi)$$

$\rightarrow \epsilon$  in valore numerico, non percentuale: se 5%, si mette 0,05

4.8) Risposta in frequenza di un sistema di controllo  
La risposta in frequenza fuori è stata studiata per il regime;  
essa contiene preziose informazioni riguardo i transienti.

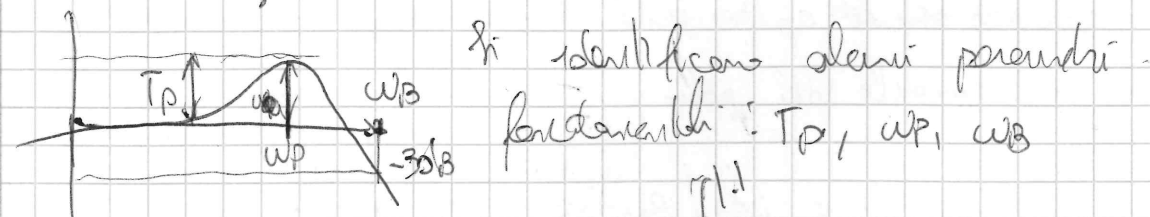
Un amplificatore come ha visto ha una risposta di questo tipo:



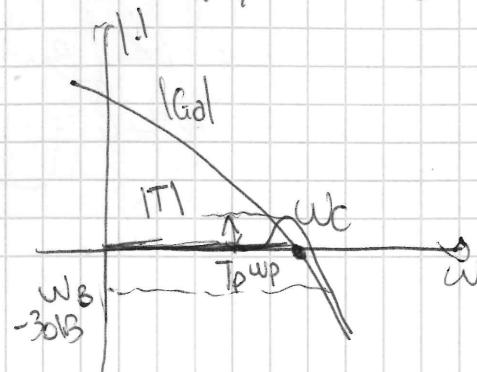
Vediamo alcuni casi.

4.8.1) Caratterizzazione generale in frequenza

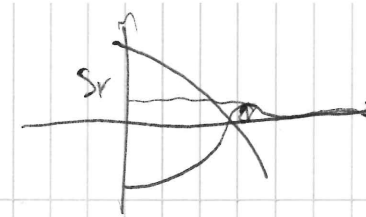
Dato il seguente andamento



Dato  $G(j\omega)$ , la pulsanza  
 $\omega_c$ , la  $|T|$



La funzione di sensibilità:



$S_r$  è il picco in frequenza di  $S_r$ ,  
la frequenza  $\omega_r$ , e b.t.

Questi sono i parametri che caratterizzano la risposta in frequenza  
generale di un sistema di controllo. SCRIVERE SCN/F/97/11

4.8.2) Parametri della risposta in frequenza di sistemi polinomiali del II° ordine.

Quel che si fa è: si prende la f.d.t., si fa limite su  
 $s = j\omega$ , quindi si ottiene il risultato finale. Si riprendono solo  
questi.

Per la  $|T|$ :

$$\omega_p = \omega_n \cdot \sqrt{1-2\xi^2} = \omega_n f_4(\xi)$$

$$T_p = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = f_5(\xi)$$

$$\omega_B = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2 + \sqrt{2-4\xi^2(1-\xi^2)}} = \omega_n f_6(\xi)$$

$$\omega_c = \omega_n \cdot f_7(\xi) \rightarrow \text{non specificato!}$$

$$\omega_r = \omega_n f_8(\xi)$$

$$S_r = f_9(\xi)$$

Corretto: nei sistemi polinomiali del II° ordine, non volendo  
individuare i parametri necessari per la caratterizzazione del  
sistema, si possono pensare in frequenza: si pensa da un  
lavoro all'altro!



Quasi qui volta, le prestazioni, le prestazioni, in dati nel tempo i  
noi impareremo a progettare controllori nel dominio della frequenza,  
dunque dovremo "vedere" queste prestazioni.

4.9) Relazioni tra la risposta al gradino e la risposta in frequenza  
nei sistemi propri del 2° ordine

ed esmp  
Qual è il legame tra banda e tempo di salita?

Beh, considero  $\omega_b \cdot t_s$ : si può dimostrare che:

$$\omega_b t_s = f_2(\xi) \cdot f_0(\xi)$$

si ricorda: per un tempo di salita elevato, valore, sono  
banda elevata.

$\omega_b$  e  $\omega_n$  sono "distaccati" da un coefficiente quasi costante!  
 $\approx 0.69$ .

Fig 4.5): Svolgeremo al variare della monomente!

Fig 4.6) Legame tra monomente e pole-zero del polo di  $1/s$  e  $1/s$ .

Fig 4.7):  $t_s \cdot \omega_b$ : si dice che questo prodotto è circa costante  
3, per  $\xi$  tra 0,4 e 0,7.

Ci son quindi figure, grafici con valori tra tempo e frequenza!

I diagrammi appena descritti mostrano il legame

$$\omega_b t_s = f_2(\xi) f_0(\xi)$$

$$\omega_b t_s = f_3(\xi, \xi) f_0(\xi)$$

$$\omega_b t_s = f_2(\xi) f_7(\xi)$$

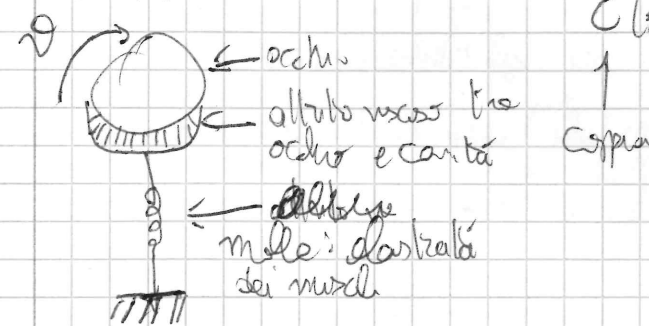
$$\omega_b t_s = f_3(\xi) f_7(\xi)$$

un esmp fondale:

A che serve? Beh, consideriamo  $\gamma$  i momenti dell'occhio.

Esiste il momento "saccadico" dell'occhio: quando si legge e  
si arriva alla fine della riga, l'occhio si porta velocemente all'inizio  
della riga. Quanto tempo ci mette l'occhio a fare questo movimento?

Modelliamo:



$$\tau(t) = J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + K\theta$$

Questo è un modello in pura approssimazione di ciò che il  
momento di inerzia,  $B$ ,  $K$ , si possono "stimare" in un paziente!  
si può stimare valore:

$$\frac{\tau(s)}{\theta(s)} = \frac{1}{s^2 J + s B + K} = \frac{1}{K} \frac{K/J}{s^2 + \frac{B}{J}s + \frac{K}{J}}$$

Quo è nella forma:

$$\frac{1}{K} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

I procedimenti di stima partono da base,  $\omega_n$ ,  $B$ ,  $J$ ,  $K$ , valori  
dell'occhio di:

$$\xi = 0.7; \omega_n = 120 \text{ rad/s}$$

La domanda è: quanto ci mette il "sistema di controllo" dell'  
occhio a partire o molto a fine riga? Beh, tempo di salita!

Allora  $\xi = 0.7$ , allora  $\omega_n$ . Partiamo il grafico, e vediamo che  
 $t_s \cdot \omega_n \approx 3.3 \text{ rad}$ ;  $\frac{3.3 \text{ rad}}{120 \text{ rad/s}} = 27 \text{ ms}$

4.10) Curve di T e S a modulo costante

4.11) Curve di T a modulo costante

Quello che si trova al lab è tracciato le specifiche dal tempo alla frequenza. Lo specifico del tracciato.

Presentano uno strumento che una volta si usava molto spesso.

Alcune tecniche di controllo si usano per gli amplificatori. La cosa che si sa è che a certe condizioni gli amplificatori diventano instabili. Per studiare problemi di stabilità non servono strumenti di tipo analogico. Nyquist tirò fuori alcuni strumenti, ora ne vediamo un altro.

\* Consideri il solito sistema di controllo a retroazione unitaria:



Con la funzione di anello e Nyquist si possono concludere sulla stabilità del sistema retroazionato.

Si può vedere come da un grafico della funzione di anello si può desumere un grafico della G(s).

Data  $G(s)$ , e  $G(j\omega)$ , si può dire:

$$G(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega) \rightarrow \text{numero complesso al variare di } \omega$$

$$G(s) = \frac{Y}{R} \equiv T = \frac{G}{1+G} \quad ; \quad T(j\omega) = \frac{A(\omega) + jB(\omega)}{1 + A(\omega) + jB(\omega)} \quad \downarrow \text{semplicemente la notazione} \quad = \frac{A + jB}{1 + A + jB}$$

$$|T(j\omega)| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{(1+A)^2 + B^2}}$$

Dato un particolare valore di  $|T|$ ,  $H$ , e  $|T|^2 \rightarrow H^2$ :

$$H^2 = \frac{A^2 + B^2}{(1+A)^2 + B^2} \quad (\text{particolare})$$

Quindi sono i possibili valori di A e B che danno il H?

Portando avanti i conti si ottiene:

$$\left(A + \frac{H^2}{H^2-1}\right)^2 + B^2 = \left(\frac{H}{H^2-1}\right)^2$$

Quindi sono tutti i possibili valori? Una circonferenza di raggio  $\frac{H}{H^2-1}$ , centrata in  $\left(\frac{H^2}{H^2-1}, 0\right)$

Accanto a ogni CRT c'è un certo valore di H. Questo sono le circonferenze che danno luogo a |T| costante.

Questo è il piano di Hall.

Si appenderanno modulo e fase, della funzione di anello, e la si usi in questo. In "ingresso" si metterà  $G(s)$ , in "uscita" l'andamento di  $|T|$ .

Disegnando il Nyquist, vedendo la vicinanza con le circonferenze e rappresentando i valori, si riesce a fare |T|. Il passaggio per la cui 0,707 è la -3dB.  $0,707 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ !

4.12)

Per la funzione |S|, stesso discorso!

$$S = \frac{1}{1+G} \Rightarrow |S(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1+A)^2 + B^2}}$$

Dato un particolare valore  $S_0^2$ , si può dire:

$$S_0^2 = \frac{1}{(1+A)^2 + B^2}$$

Si trova il luogo geometrico







progettare un sistema con  $\hat{s} \leq 10\%$

Non sapendo qual è il tipo del sistema, suppongo sia una dinamica dominante del 2° ordine. Da qui, dal 4.5, con "Op1" (10%) si ha un  $\xi$  del 0,59 almeno:  $\xi \geq 0,59$

ciò dà informazioni sul peso di  $T$  e  $S$   $\sqrt{S_r} = 1,35$

Il peso max deve essere inferiore a 1,35. Allora vedo la spectra da tempo a frequenza.

$T_p$  alla stessa media  $\hat{s} \leq 1,05$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\alpha} \geq \frac{1}{T_p} + 1 \\ m_{\alpha} \geq \frac{1}{S_r - 1} + 1 \end{array} \right\} \text{ Si prende il più restrittivo dei due per iniziare il progetto.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{ce} \geq 2 \arcsin \left( \frac{1}{2 T_p} \right) \\ m_{ce} \geq 2 \arcsin \left( \frac{1}{2 S_r} \right) \end{array} \right\}$$

28/05/08

4.11

4.12) Esempio (traduzione di  $\hat{s} \leq \hat{s}_0$ ) (già fatto)

4.13) La carta di Nichols

La carta di Nichols è ciò: nel piano di Hall si ha plotted delle curve a modulo costante: quelle in "T" e quelle in "S". In quelle di T le curve sono centrate da una con M, quelle di S il raggio.

La cosa dura è che si ha questa rappresentazione. LIMITING: non

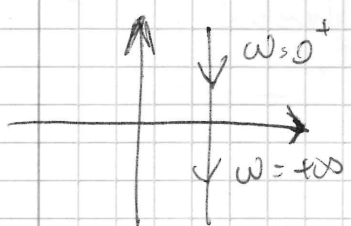
si possono rappresentare come tipo piccolo o tipo grande.

Ci viene più comodo la rappresentazione logaritmica: si usa un ~~carta~~ piano in cui le ascisse sono rappresentate di una fase, le ordinate un modulo in dB.

In questo piano l'ingresso è la funzione di solito (la mia sys. in frequenza),  $G(j\omega)$

Facciamo un esempio: integratore.

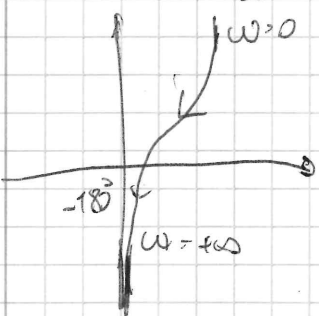
$G_s = \frac{1}{j\omega}$ : la fase è costante a  $-90^\circ$ , il modulo scende, diminuisce al crescere di  $\omega$ .



Supponiamo di avere una funzione di questo tipo:

$$G(j\omega) = \frac{1}{100(1 + j\omega 2)}$$

Ora, si parte da fase  $-90^\circ$ , e il plot fa scendere fino a  $-180^\circ$ .

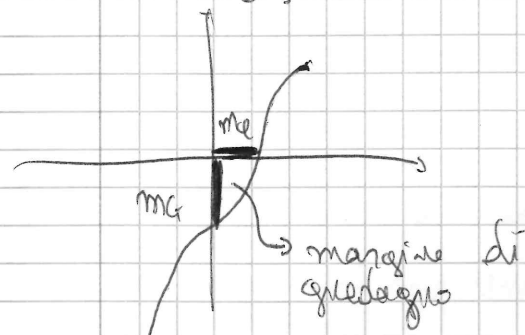


Il procedimento è sempre circa questo.

Si noti che il punto centrale, modulo "1" e fase  $-180^\circ$ , ~~non~~ mappa il cosiddetto "punto critico", "-1".

N.B.: per sistemi a rettificazione di fase minima, si può indicare, in questo piano, se il sistema è stabile e con quali margini di stabilità.

Il margine di guadagno è dato dalla distanza tra l'intersezione con l'asse verticale e il punto centrale:



Stessa cosa per il margine di fase,  $m_f$ : la distanza tra l'angolo e l'intersezione con la linea "a 180 gradi": l'ave 0 dB.

Se con un po' particolari, tipo in presenza di rumore o simili, ~~il sistema deve essere in modo un po' diverso, se perdersi~~ i margini non cambiano, anche se si vede che la situazione di stabilità è critica, "borderline": - (

Una volta che si supera "a punto" che vuol dire, il sistema è INSTABILE: no margine di guadagno, no margine di fase negativo.

Come può essere utile il piano di Nichols per altro? Beh si vede: non disordine sopra G2.

La carta di Nichols è costituita di un insieme di curve a modulo costante: queste per T ~~sono~~, quelle con un'etichetta che caratterizza il modulo.

Queste servono per vedere, frequenza per frequenza, qual è la curva più vicina al contorno unitario della funzione di quello

Dalla carta, con questo caso, in uscita ~~variamo~~ il modulo di  $|T(j\omega)|$ .

Le curve sono in gradi zero e a fase costante. Questo caso si può usare per ottenere questa trasformazione:

$$T = \frac{G_2}{1+G_2}$$

Noi questo piano può essere usato in un modo particolare. Questo piano è fondamentale; torniamo all'esempio di ieri, il k. 12.

Vogliamo progettare un sistema di controllo un sistema con  $\Delta_0 = 10\%$ ,  $\Delta \leq \Delta_0$

Da qui, ieri vedemo di:

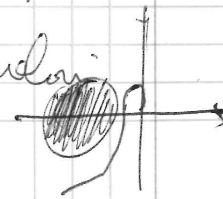
$$\xi \geq \xi_0 \approx 0,59$$

Da qui,  $|T_p| \leq 1,05$ ,  $|S_p| \leq 1,35$

Il concetto di stabilità relativa serve a limitare, ed è limitata, la quest'ultima. A parte da cui si passa verso margini di guadagno e di fase minimi.

L'informazione mi  $T_p$  e  $S_p$  dice che, in frequenza, la funzione T deve avere un picco max inferiore a  $T_p$ , e la funzione di sensibilità deve avere un picco max inferiore a  $S_p$ . A volte qualcuno dà altri valori, ma partire dal tempo è meglio.

Quello che si vede bene è messo in evidenza nel grafico di ieri, UNA circonferenza: quella di  $T_p$ ! Dovendo modificare, grazie al controllore, la parte della funzione di quello non TAGLI  $T_p$ , ma FUORI da essa, altrimenti ammettiamo valori inferiori.





Stesso discorso per la funzione di sensibilità.

La funzione di sensibilità deve star fuori da entrambi le circonferenze.

È sulla Nichols? Di tutto lo curve ci interessa una curva: quella relativa a  $T_{po}$ !!! Allontanamento, si aumentano i margini.

È la funzione di sensibilità sulla Nichols? Beh, nessuno si è accorto a disegnare sulla Nichols la curva a modulo costante della sensibilità. Essa è sempre una specie di ellisse, un po' più stretta e un po' più in basso.

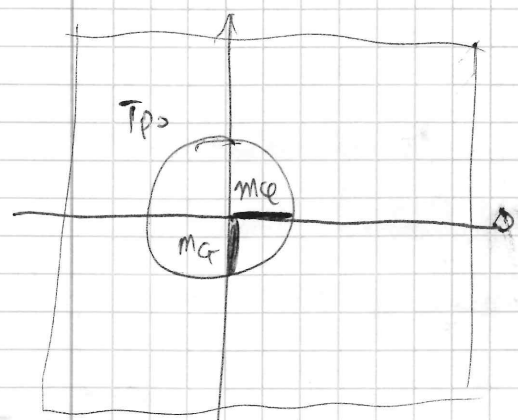
Si introduce due zone proibite nella carta di Nichols: la  $G_o$  DEVE esser fuori da tali curve.

MATLAB consente di disegnare la "griglia di Nichols", col comando "nichols()", che disegna la risposta in frequenza su quel piano, senza niente altro. Col cane.

Volendo la GRIGLIA di Nichols, bisogna usare "ngrid()", ma a noi NON INTERESSA. La griglia dell'altro farà noi :-)

Vediamo come costruire una funzione MATLAB che ci permetta come costruire le curve a <sup>modulo</sup> costante :-)

È per vedere i margini di guadagno e fase? Beh, vediamo:



Per  $T_{po}$ , il margine di fase si legge sulle ascisse. Il minimo margine di fase è il segmento che ~~si~~ nasce al  $-1$  e l'intersezione con l'asse  $0$  alla destra.

Stesso discorso il margine di guadagno minimo. Stessa cosa per le funzioni

di sensibilità, e si perdono le più restrittive.

Studiamo  $ngrid(s)$ , da una vecchia versione (matlab 4)

Per ora lasciamo stare i comandi di controllo, cioè % help sgrid...; fino a lì, lasciare uguale.

$ngrid$  disegna le curve a modulo e fase costanti di  $T$ . Possiamo cancellare tutto ciò che riguarda la fase di  $T$ , perché ci interessa solo il modulo.

"mm = ..." : definisce una vettore che contiene i valori del modulo a modulo costante. Perché vogliamo disegnare solo una ~~curva~~ curva, dovremo passare alla funzione il  $T_{po}$ , e QUELLO dovremo passare.  $T_{po}$ . UNA curva a modulo costante.

"mx = ..." : cancellare: serve per le curve a fase costante.

Perché i valori di "mm" son in db, passiamo al lineare, facendo:

$$mm = 10.^{mm/20}$$

pp e px servono per generare il dominio; si sapeva per ora che conviene generarli meglio sopra e in maniera più fitta. pp lo luttuoso via: serve per la fase; px verrà meglio generato sopra.

$j = \sqrt{-1}$ ; % metterlo, nel dubbio.

% plot phase lines: CANCELLARE

% plot magnitude lines: da qua se ne parla.

$[p, m] = meshgrid$  ...

Con i mm e px misurano per costruire il grigliato, di valori su cui si costruisce la curva che ci interessa.

Si costruisce il numero complesso  $z$  e la funzione  $g$ . Noi

vogliamo, da  $z$ , trovare  $G_o$ ; sappiamo che  $T = \frac{G_o}{1 - G_o}$

$$\rightarrow G_o = \frac{T}{1+T}$$



Da cura a modulo costante il luogo secondo dei punti  
in corrispondenza dei quali  $T = T_{po}$ . Portando dai 2 elenchi, a  
partire dei valori prima imposti!! Da mm o px.  
Il gioco è fatto! Si fa il "gain" come  $20 \cdot \log_{10}(|abs(g)|)$ ;  
non anche la fase della funzione! Questo però il d. di Nichols  
fa questo mestiere!

GUARDA SINTASS "rem()"

'W':  $\rightarrow$  usare un colore diverso! Non serve!

Acquisizioni di Cero:

px = linspace(-359, 99, -0.01, 500);

[p,m] = meshgrid(px, Tpo)

[p,s] = meshgrid(px, Sro)

Definisci 2 vettori complessi:

z = -

z1 = s \* exp(i \* p / 180 \* pi);

g1 = (1 - z1) ./ z1

gain1 = 20 \* log10(abs(g1));

phase1 = rem(angle(g1) / pi \* 180 + 360, 360) - 360;

Impone limiti agli assi:

set(gca, 'xlim', [-360, 0]);

set(gca, 'ylim', [-50, 50]);  $\rightarrow$  [-50dB; +50dB]

% disegno asse verticale:

plot([-180 180], [-100 100], 'b--');

Esercitazione: aggiunte le specifiche nel transitorio. Per il resto  
tutto uguale!

la cosa importante è tradurre le specifiche di transitorio.  
Questa è la parte importante.

FARE problemi 1, 5, 6

Nel 6: usare la magia nostra per creare un piano di  
Nichols con core a modulo costante, e disegnare le fdt  
della lista di 15 funzioni!

Problema 1 (da noi.) Si parte dalla sovradamp, da  $\xi$ , per  
il resto, per l'altro!

$\delta \leq 10\%$ ;  $t_s \leq 3s$ ;  $t_{d, 5\%} \leq 12s$ ;

$\xi \geq 0.59$ ;  $S_r \geq 4.35$ ;  $T_p \leq 1.05$

$t_s \cdot \omega_B = 3.15 \rightarrow \omega_B \geq 1.05$

$t_s \cdot \omega_n = 2.25 \rightarrow \omega_n \geq 0.908$

$t_s \cdot \omega_c = 1.95 \rightarrow \omega_c \geq 0.63$  } unico che serve!

$t_d \cdot \omega_c \geq 3.6 \rightarrow \omega_c \geq 0.3$

$\begin{cases} m_p = 0.17588 \text{ rad} \\ m_a = 1.952 \end{cases}$

$\begin{cases} m_p = 0.9926 \text{ rad} \\ m_a = 3.857 \end{cases}$

$\downarrow \omega_B$   
3.81

$\downarrow \omega_B$   
11.72

Dalle pulsazioni, l'unica da usare è  $\omega_c$ , perché al margine  
di fase si definisce per la circonferenza a modulo unitario,  
ovvero per  $\omega_c$ , quando si taglia 0dB. Quindi è utile per  
i margini di stabilità.

03/06/2009

Alcuni punti:

- Ven dell'ultima settimana o si fa sostituire o altro.

5) Metodi di sintesi basati sull'impiego della risposta in frequenza

Questo capitolo tratterà metodi non tanto di "sintesi", quanto di progetto, dal momento che si tratterà il progetto nel dominio della frequenza. La sintesi è in "forma chiusa", noi andremo un po' "a tentativi".

3 metodi che si vedranno sono basati nel dominio della frequenza.

A parer nostro vengono progettati nel dominio del tempo mediante stimatore e variare degli stati: si desidera di assegnare gli autovalori in modo che fossero stabili.

Qua si vede da un lato la stabilità, ma non solo. Si vede una certa stabilità, nonché poi altre specifiche.

Quo che fanno è lavorare nel dominio della frequenza, ~~almeno~~ ~~approssimativamente~~ ~~almeno~~.

Usando un approccio "classico", su  $s = j\omega$ , cercando ~~di~~ di tradurre tutte le possibili specifiche da tempo a frequenza per poi progettare un controllore. Potrà capitare di dare la priorità a certe specifiche piuttosto che altre, e si vedrà.

Da sinistra del controllore che vengono imposti, progetto è:

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} R_d(s) \quad R_d \quad o \quad R_i$$

$R_d(s)$  e  $R_i(s)$  hanno un guadagno UNITARIO al fine di calcolare i guadagni in  $K_c$

Almeno visto come lavorare a regime permanente o transiente e le specifiche in di esso in informazioni quali numero di poli nel controllore, o valore minimo del modulo di  $K_c$ . Questo è il cosiddetto "progetto statico", quello per  $t \rightarrow \infty$ .

Poi, si è visto che le specifiche di transitorio conducono a informazioni su un valore di  $\omega_c$  (pulsazione di attraversamento di  $G_d$  a 0dB) e sui margini di stabilità (modulo e fase)  $\rightarrow$  progetto dinamico

Traducendo poi i desideri inaccessibili sono stati trovati vincoli su  $|S|$  e  $|T|$ , ricordando  $\omega_c$ , dunque la banda.

Volendo soddisfare le specifiche a regime permanente, esse non danno essi locali: fissato il comportamento a bassa freq, quello su cui lavorare, dunque  $R_d$  e  $R_i$ , per  $s \rightarrow 0$ , devono vedere 1.

3 passi:

1) Traduzione delle specifiche (TUTT)

2) Progetto statico ( $K_c$  minimo e poli nell'origine) E Loop Shaping ~~Loop~~ (dare la "forma" alla f. di snella, mediante  $R_d$  e  $R_i$ , che lo darà una "forma in frequenza", notando una parte dinamica, quello con  $s$ !).

3) Verifica delle prestazioni ottenute, simulando il sistema di controllo.

Per lo punto due farei in una un modello empirico, da prima appross.



il 3° punto deve approssimare bene a piacere la volta, con un modello FINE.

5.2) Funzioni compensatrici elementari

5.2.1) Controllore ad azione proporzionale

Consideriamo un esempio semplice: dato come elemento di retroazione a blocchi, in cui:

$$G_{ref} = \frac{1}{s(s+1)(s+10)}$$

Un esempio di questo sistema è un DC motor comandato in corrente, per esempio. Un polo nell'origine (integratore della velocità), polo meccanico e polo elettrico.

Consideriamo:

$$G_r = A = G_g = G_t = G_d = 1$$

$$d_1 = d_t = d_2 = 0$$

specifiche:  $|e^v_{\infty}| = 1$ ;  $\delta \leq 10\%$

Il controllore ad azione proporzionale è:

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s}$$

Può capitare di dover mettere  $s^2$ , anche se quello ad azione proporzionale è solo  $K_c$ , questo è anche ad azione integrale. Al variare di  $K_c$  varia la stabilità, e altre prestazioni del sistema, quali sovraccarico, ecc.

2 specifiche:

1)  $|e^v_{\infty}| \leq 1 \rightarrow$  sistema di tipo 1

Quando agisce una rampa unitaria il sistema ha errore finito non nullo  $\Rightarrow$  fdt sul ramo diretto ha un polo nell'origine:  $G(s) = A \cdot G_c(s) \cdot G_p(s)$

$G_p(s)$  ha un polo nell'origine, dunque  $G_c(s)$  non ha bisogno di poli!

$$|e^v_{\infty}| = \left| \frac{K_d^2}{K_v} R_0 \right|$$

$$K_d = \frac{1}{H} = \frac{1}{G_t G_g} = 1 \rightarrow R_0 = 1 \text{ (rampa unitaria);}$$

$$|e^v_{\infty}| = \left| \frac{1}{K_v} \right|$$

$$\text{Per } K_v \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) A G_p(s) = A \lim_{s \rightarrow 0} s G_c G_p =$$

$$= 1 - \frac{10}{s(1)(10)} \cdot K_c = K_c \Rightarrow K_v = K_c!$$

$$\Rightarrow |e^v_{\infty}| = \left| \frac{1}{K_c} \right| \leq 1 \Rightarrow K_c \geq 1$$

$$\text{Da } \delta, \xi \approx 0,58$$

$$T_p \leq 1,05$$

$$S_r \leq 1,35$$

$\Rightarrow$  Disegniamo le

curve e tracciamo i margini:

$$m_{ce} = 58^\circ$$

$$m_{gr} = 11,5 \text{ dB}$$

Si può vedere la stabilità da Bode, vedendo che  $\omega_c = 0,8 \text{ rad/s}$ , quindi vedendo che a questa  $\omega$  c'è stata una rotazione di fase di  $-132^\circ$ , quindi il sistema è stabile con  $48^\circ$  di margine di fase.

RA Nichols NON VA BENE! Si vede che  $G_c$  attraversa!

Il sistema è stabile ma non soddisfa le specifiche!

Dopo aver scelto  $K_c = 1$ , il risultato è QUESTO.

Il regime permanente è SODDISFATTO, ma  $\xi$  NO!

Ritorno  $K_c$  e vediamo che capita!



Si noti che se il sistema non è prototipo del II° ordine può capitare che anche se  $G_0$  attraversa nella matrice di CRF, le specifiche non soddisfatto. Se il sistema è del II° ordine la cond. è nec. e suff. altrimenti solo suff.

Proviamo ad aumentare  $K_c$ ? Beh, nella  $NiCl_2$ , ~~da~~  $Co$   
 è possibile ~~aggiungere~~ <sup>Ag</sup> ~~la~~ <sup>la</sup> ~~curva~~ <sup>la curva</sup> :-)

Ma se diminuisco  $K_c$ , la stabilità va a farsi frangere! Per  
ABBASSARE  $K_c$ , e ciò succede non rispettando la specifica di  
precisione.

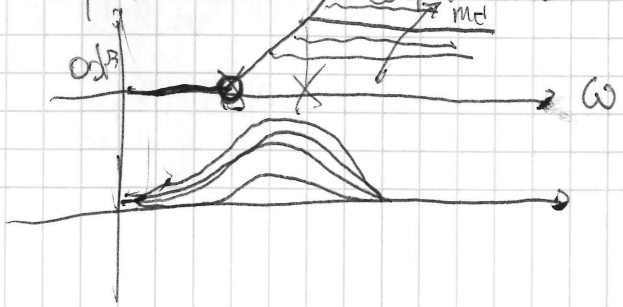
Di quanto posso porre ad allargare? Dal grafico si vede che per ottenere un buon risultato basta allargare di 5 o 6 dB. o 2, quindi si può DIMINUIRE  $K_c$ , regimendo la specifica sull'errore ma al contempo soddisfacendo la banda passante! NON SI TAGLIA PIÙ LE CRF.

5.1.2) Controlled and uncontrolled antiproliferation

8) Consideri  $R_d(s)$ , la "rete anticipatrice" (d sta per "derivatore"). Ha una forma di questo tipo:

$$R_d(s) = \frac{1 + \omega_{zd}}{s} \quad \text{Done} \quad \omega_{pd} = m_d \omega_{zd} \quad m_d \geq 1$$

Questa è la struttura di queste reti. Il comportamento in frequenza è il seguente:



Il punto da ODB per il guadagno stazionario è unitario!  
Al crescere di  $m$ , si tende ad aumentare la pulsazione del polo.  
Idem la fase: al crescere di  $m$  aumenta il max!  
La pulsazione è nei grafici normalizzata rispetto a quella della rete antepolo.

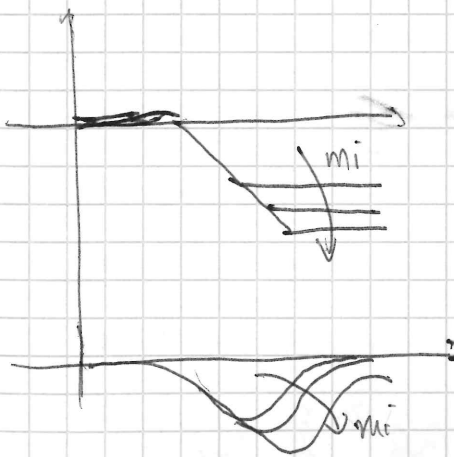
Questa rete va a convergere in  $G(s)$ , dunque modificherà la funzione di ampiezza. Qui introduco un elemento relativo con la frequenza.

### 5.1.3) Controllo ed azione attenuativa

Questo per noi sarà  $P_i(s)$ : esso avrà un polo ~~stazionario~~ stazionario unitario in polo a più bassa frequenza, e uno zero a freq. maggiore rispetto al polo:

$$R_i(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_{zi}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pi}}} \quad \omega_{zi} = \omega_{pi} \text{ mit}$$

1. "sta za" integrala i "integralica"



Il grafico è UVALE,  
mettendo un  $^b$  e  $^v$  davanti alle  
scale in  $^0$  e  $LB_-$ .

3.1.4) Esempio di progetto di rete  $R_i$

Si considera lo stesso problema di prima, mondo non si attendeva  
in modo da soddisfare DURANTE LO SPECIFICATO.

Per rendere stabile un sistema si deve tener d'occhio la  $uc$ , e di  
quella IL MARGINE DI FASE, il  $58^\circ$ .

La  $uc$  finale come deve essere rispetto a questa? Quella con  $uc=1$ ?  
La  $uc$  da progettare deve essere tale da avere  $|.|=1$ . La fase  
deve essere tale da imporre il minimo margine di fase,  $58^\circ$ , da cui  
 $60^\circ$  per un numero bello. La fase deve essere maggiore o uguale di  
 $-120^\circ$ .

Vogliamo usare una rete attenuatrice. Essa, al variare della frequenza,  
fa diminuire il modulo, lo attenua. Introduce un'attenuazione al  
variare della frequenza.

La fase diminuisce, cioè, se da un lato attenua il modulo, dall'altro  
fa PERDERE FASE, cosa a noi assai antipatica: ci fa perdere  
margine di fase!

La rete dovrà far perdere fase in qualcosa che non ci dia fastidio.

Quale  $\omega_c$  posso scegliere? Beh, la rete ATTENUA, dunque posso  
solo scegliere valori di  $\omega$  tali per cui modulo e fase non influenzano  
SUFFICIENTEMENTE. Devo prendere un valore per cui il modulo è maggiore  
di 0 dB in modo da poter "allargare" il modulo a 0 dB.

$\omega_c = 0.1 \text{ rad/s}$  è una "piccola costante"? Beh, la fase è circa  
 $-90^\circ$ , quindi si può sperare che con la rete attenuatrice la  
fase sia circa 0 dB. Il modulo è circa 20 dB, dunque, con 0.1  
rad/s, la  $uc_{des}$  ha  $\left\{ \begin{array}{l} |.| \approx 20 \text{ dB} \\ \angle \approx -90^\circ \end{array} \right\}$  PRIMA dell'uso della  
Ri!

Ma il modulo deve essere attenuato di 20 dB perché mi pare  
fora?

Si può scegliere un'oscillazione nominata a 0 dB? No, non  
mi attengo!

In "vero" si attenua ma può anche molto meno fase!

La rete attenuatrice si sceglie sempre in modo da avere una  
oscillazione nominata MOLTO ALTA.

Si ha dunque

$$\frac{\omega}{\omega_c} \Big|_{\omega=\omega_c, des} \quad \text{tale per cui si cerca di } +20 \text{ dB! } \& \text{ mi} = -100!$$

Qual è sto valore?  $mi = 10$ . Così, si attenua esattamente di 20  
dB! :-)

Si noti che nella Ri si riferisce a  $\omega_c$ , nella Ri e  $\omega_{xi}$

$$\frac{\omega_c}{\omega_{xi}} = 100 \rightarrow \omega_{xi} = 1 \text{ mrad/s}$$

$$\omega_{xi} = 10 \cdot 1 \text{ mrad/s} = 10 \text{ mrad/s}$$

$\hookrightarrow mi$

Cosa capita una volta fatto questo calcolo? In 0.1 rad/s  
la funzione attraversa lo 0 dB! E produce 5 o 6 gradi!  
Questo capita spostando la fase, l'asintoto, in una zona  
che NON CI INTERESSA: intanto a  $\omega_c$  il nome è impedito,  
il resto NON CI INTERESSA, anche se la fase decresce  
di molto!

Sul Nichols, si noti che la forma è molto cambiata!

Però ora la costante mi e di NON È RISPETTATA! Ha,

GRUNQUE, la costante è INDIFFERENTE! O meglio, PRIMA SI

VEDA LA RISPOSTA NEL TEMPO, e si veda che il sistema ha  
l'asintoto (prima  $\omega_c$  era 0.1, ora è 0.1, dunque la costante è  
diminuita, il tempo di salita, ma la velocità è diminuita, circa 6,5%!



Ci si può fermare qua! Il controller funziona anche se  $\omega_{cutoff}$  non è soddisfacente.

Il controller è:

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{0.01}}{1 + \frac{s}{0.001}} \Rightarrow G_c(s) = L \cdot \frac{1 + \frac{s}{0.01}}{1 + \frac{s}{0.001}}$$

Allora soddisfatto al contempo saracl. ed. erro sul riferimento. La rete integrativa PALENA, si vede cos'?

Si può migliorare il tempo di salita? Per aumentare  $\omega_c$ , si deve ALZARE la funzione di modulo! In questo modo si parla associati a una certa  $\omega$  si "alzano", fino a toccare l'asse 0 dB!  $\sum_{\omega_1}^{\omega_2} K_c$  Aumentando  $K_c$ , invece di  $\omega_3$  avere  $\omega_4$  o  $\omega_5$  o altro! :-))

Senza esagerare.

5.1.5) Esempio di progetto di rete  $R_d$

Questa è una rete anticipatrice.

Stesso problema di punte ma rete ANTICIPATRICE, DERIVATIVA.

Mh. Beh. la rete ant. GUADAGNA, e AUMENTA LA FASE, verrebbe la fase.

Buona cosa ora è prendere una fase di poco più grossa della vecchia 98, in modo da avere un modulo di poco più basso, per compensarlo con la rete anticipatrice. Si sceglie una zona con 95 dB guadagno del sistema in modo da poter guadagnare un 12° abbondanti nel margine, in  $\omega_{cutoff}$

Dove  $\omega_{cutoff} \approx \omega_{margin} = 0.8 \text{ rad/s}$ .

$$\frac{\omega}{\omega_{cutoff}} \bigg|_{\omega_{cutoff}} = 0.3 \quad m_d = 5 \Rightarrow \omega_{cutoff} = 2.6 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{cutoff} = 5 \cdot 2.6 = 13$$

$$R_d(s) = \frac{1 + \frac{s}{2.6}}{1 + \frac{s}{13}}$$

Ma noi conta quei di niente! La fase si comporta BENE!

NON USARE RICETTE: andare a tentativi. Imparare a costruire un controller.

PROVARE A FARE IL PROGETTO COI PICCO! ARRIVARE 60°!

Si noti che finora il loop shaping è stato fatto per  $\omega_{cutoff}$ , si può fare però per qualsiasi frequenza.

04/06/03

5.1.6) Simulazione degli esempi 1, 2, 3

Vediamo una simulazione degli esempi visti ieri. Vediamo quali sono le differenze dei diversi controller progettati.

Si parte dall'esempio 1

Perché venivano consegnate le specifiche e le prestazioni ottenute devono essere documentate, cosa e come si sono fatte?

Von documentate le prestazioni che ~~si~~ riguardano le SPECIFICHE.

Il problema aveva 2 specifiche: sovraelongazione minore di 10%, e  $\phi_{margin}$  a 2°.

# SCRIVERE SUGGERIMENTI!

Tra "T" e "Gry" c'è solo  $K_c$  di differenza.

Bisogna disegnare nella documentazione qualcosa? Beh, a meno, la cosa più interessante è Nichols, al fine di copiare e far copiare quindi scelte non state fatte.

## Ex 1

$K_c = 0,55$  % messo dal professore.

La risposta al gradino VA FATTA CON SIMULINK per il

Fai disegnare allo script:  $\leftarrow$  <sup>Nichols</sup> risposta al gradino (step)

Si disegna ALL'ESAME su carta la risposta QUALITATIVA al gradino, specificando COSA si sta disegnando, e si indicano la sovrelazione, l'ampiezza di salita / onuscamento (se richiesti l'area le zone!)!

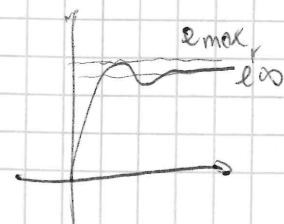
Da MATLAB si può vedere che  $t_s = 4,06$  s

Domanda: quanto deve essere precisa la lettura? Facciamo al MAX un errore di lettura pari al 5%. Errore max 5%, poi se lo 5% o 10% diminuisce il punteggio, oltre il 10% 0.

Tempo di ass al 5%: da sopra in questo caso, 7 secondi

Si noti: errore in reg. per su tempo minimo si intende: SI COLLEGA SOLO LA RAMP.

Si disegna qualitativamente la risposta nel tempo dell'errore al riferimento,  $e(t)$ , e si riportano i val. reg. per (1,818),



$$e_{\infty} = 1,818$$

$$e_{\max} = 2,028$$

e dare "un'idea del tempo"

La documentazione è tutto qua

Si sa che l'ingresso del comando è fondamentale! Plant Input: seguire la "fotografia" del plant input, veder che c'è un valore max da dare una "shela" al controllore, o boh.

$$U_{\max} = 22$$

| Confronto tra controlleri | max comando |        |       | $e_{\infty}$ | $U_{\max}$ | effetto coda |
|---------------------------|-------------|--------|-------|--------------|------------|--------------|
|                           | $\delta$    | $t_s$  | $t_d$ |              |            |              |
| $K_c = 0,55$              | 7,5%        | 4,06 s | 7 s   | 1,818        | 22         | No           |
| $R_i$                     | 4,84        | 5,608  | 4,934 | 0,25         | 16         | Sì           |
| $R_d$                     | 19,4        | 2,677  | 4,865 | 1            | 200        | No           |

## Ex 2

$$G_c(s) = K \frac{1 + \frac{s}{10^{-2}}}{1 + \frac{s}{10^{-3}}}$$

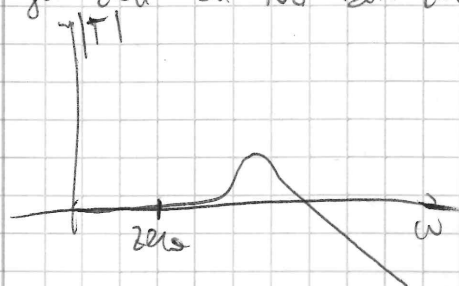
Qua si ha un "effetto coda": simulando, nonostante il sistema sia di tipo 1, l'errore va a 0 asintoticamente NON SUBITO. Ciò dipende dai modi, gli exp: qua si hanno poli a bassa frequenza per la fdt del sys variato! L'uso di queste rete fa mettere sto polo a bassa frequenza!

$$G_o = \frac{N_2}{D_2} \Rightarrow G_{ry} = \frac{G_2}{1+G_2} = \frac{N_2}{N_2+D_2}$$

Gli zeri del controllore son zeri della funzione di quello, ma anche zeri di  $G_{ry}$ ! Gli zeri del controllore li inseriamo tra l'elemento e l'uscita, i poli della fda NON son i poli di  $G_{ry}$



Gli zeri di  $N$  sono zeri di  $G_{reg}(T)$

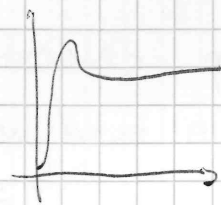


Si noti che si avrebbe uno zero, ma la variabile per passare un polo che fa cancellare lo zero, dunque l'effetto coda, che mette in evidenza il comportamento di un polo tra ingresso e uscita, nasce per effetto della compensazione con lo zero sulla  $T$ .

Max Canale 14

Ex 3

$$G_{C3}(s) = 1 \cdot \frac{1 + \frac{s}{2.6}}{1 + \frac{s}{13}}$$



$$\delta = 9.4\%$$

$$t_s = 2.477 \text{ s}$$

$$t_d = 6.865 \text{ s}$$

$$\omega_{\infty} = \frac{0.1}{K_c} = 2$$

Comando: la vite anticipatrice dà una lotta pomerica a 200, all'inizio. Questo è il difetto delle vite con.

Effetto coda: NO.

Il sistema più veloce è questo ma ha la lotta a 200. La vite ~~coda~~. E' il difetto delle vite con "buchi la lotta", "attenti del comando loro".

Se si può fare a meno della vite anticipatrice e viceversa a causa dell'effetto coda.

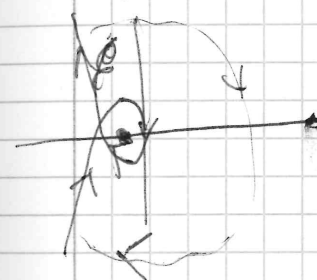
5.2) Studio del segno di  $K_c$

Si aveva concluso parlando di l'ordine delle parole il fatto che il modulo di  $K_c$  abbia ~~valore~~ valore appartenenti a un certo intervallo. Nulla nel segno!

Bisogna scegliere il segno giusto in modo da avere un sistema stabile.

Bisogna capire perché si è usato  $K_c$  50.

Supponiamo che si abbia un diagramma di Nyquist di questo tipo:

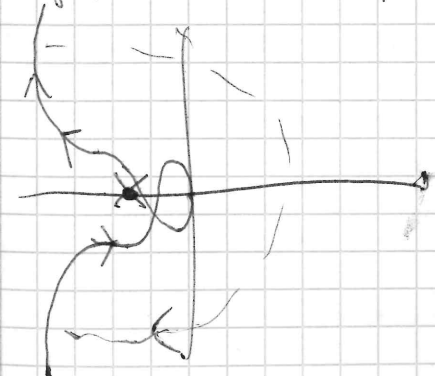


Se il punto critico è  $1$ ,

$n_{ps} = 0$ , ma  $N = 2$ , quindi il sistema è instabile.

Come si può stabilizzare sto sistema? Beh, ad esempio diminuendo  $K_c$ ; può però capitare che non si possa abbassare, causa qualche sugli errori.

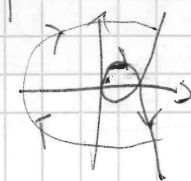
Quo che è stato fatto con le vite è stato per far un "giro attorno" al punto critico:



Questa è l'azione di queste vite.

"aggirare" il punto.

Se  $K_c$  è NEGATIVO, il diagramma di Nyquist sarà il modulo rispetto all'asse  $y$  di questo! ora  $N = 1$ !



In questo caso NON SI RIESCE ad avere un ~~auto~~ vite  
che usca a TOGLIERE il punto dalla circonferenza!

Si parla di "stabilità" con vite dinamiche:  $K_c$   
è vincolato dal alone specifico dunque NON SI TOCCA. Si deve  
stabilizzare con vite dinamica.

Qual è il segno di  $K_c$  che permette di stabilizzare dinamicamente  
il ~~del~~ sistema?

Negativo  
Basta disegnarla vedere che si può fare.

FARE ALL'ESAME. Per vedere qual è il segno di  $K_c$ !  
FARE!

5.3) Attività del "comando" in funzione del riferimento

5.3.1) Analisi

Si può vedere qualche strumento utile per trattare analiticamente  
questo problema.

Quello che si dice vale in alcune condizioni: i) vedere analiticamente  
l'attività del comando quando il riferimento è un gradino:  
quò è il peggior caso (amp.  $R_0$ )

2) Le reti antipulsia o attenuatrici devono essere progettate a bassa  
frequenza rispetto alla  $\omega_c$

3) Non devono esserci "poli di zingari" nel controllo, o sia poli  
NON ACCOMPAGNATI DA ZERI.

Non interessati all'attività del comando in presenza di un  
riferimento. Dato  $U(s)$  in Laplace:

$$U(s) = \frac{G_c(s) \cdot A}{1 + G_c} R(s)$$

Questa è la funzione tra riferimento e comando  
 $= G_c(s) S(s) R(s)$

Si può dimostrare che, sotto le ipotesi, il valore max del  
comando lo si ha nell'origine e lo si può calcolare col teorema  
del valore iniziale:

$$u_{max} = \bar{u} = \lim_{t \rightarrow 0} u(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s U(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s G_c(s) A S(s) R(s) =$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \cancel{s G_c(s)} A S(s) \frac{R_0}{s} = A \lim_{s \rightarrow \infty} K_c \frac{1 + \frac{s}{\omega_{pi}}}{1 + \frac{s}{m_d \omega_{pi}}} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{pi}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pi}}} \cdot S(s) = A K_c \frac{m_d}{m_i} \cdot \frac{1}{\omega_{pi}} \downarrow \text{ per } s \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow u_{max} = A K_c \frac{m_d}{m_i} R_0$$

Dove, con più reti,  $m_d$  e  $m_i$  sono le produzioni di tutti i  $m_d$  e  $m_i$

Applichiamo agli esempi:

$$Ex1: \bar{u} = 1 \cdot 0,55 \cdot \frac{1}{1} \cdot 40 = 22$$

$$Ex2: \bar{u} = 1 \cdot 4 \cdot \frac{1}{10} \cdot 40 = 16$$

$$Ex3: \bar{u} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{5}{1} \cdot 40 = 200$$

5.3.2) Progetto

Si si pare il problema della riduzione della specifica sull'attività  
del comando:

$|u(t)| \leq \bar{u}$  dove  $|u(t)|$  ha un valore o uguale a un valore  
assegnato.

Quel che si può fare, se le ipotesi si può far soddisfare, è  
"lavorare quindici":



↓ !!! :-)

$$u_{max} = \left| A \cdot K_c \cdot \frac{m_d}{m_i} \cdot R_0 \right| \leq \bar{u}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{m_d}{m_i} \right| \leq \frac{\bar{u}}{A K_c R_0}$$

Ormai, abbiamo un vincolo sulla scelta tra  $m_d$  e  $m_i$ !

Ora: si suppone di aver fatto il progetto. Dati  $A, K_c, m_d, m_i$ , si suppone di vedere se il sistema saturo!

Si può dire che si può usare con un grado di libertà superiore:

$$\boxed{R_0 \leq \frac{\bar{u} \cdot m_i}{A K_c m_d}} \quad \text{Questo è il vincolo sul grado!}$$

5.4) Attività del comando in funzione di un ingresso modello

5.4.1) Analisi

Tra l'altro come solo caso il caso di disturbo nel transiente.

Si suppone che:

$$d_t = a_t \sin(\omega t)$$

Si considera  $U(s)$ :

$$U(s) = G_{dt,u} \cdot D_t(s) \Rightarrow u_{max} = a_t \cdot |G_{dt,u}(j\omega)|$$

$$G_{dt,u}(s) = \frac{G_y(-1)K_c R}{1+G_0}$$

$$u_{max} = a_t |G_{dt,u}(j\omega)|$$

Si calcola con MATLAB

5.4.2) Progetto

$$G_{dt,u}(s) = -G_c G_y A S(s)$$

Per  $s = j\omega$ , l'espressione diventa:

$$G_{dt,u}(j\omega) \approx -G_c(j\omega) G_y A S(j\omega) \approx 1$$

Perché il sistema funziona, il disturbo deve essere ad alta freq. rispetto al c.c.

$G_c$  deve essere approssimabile, per  $\omega = \omega_t$ , in  $K_c \cdot \frac{m_d}{m_i}$  (battiva approssimazione!).  
 $G_c \approx \dots$  Se poi ci son poli, si moltiplica per  $\frac{1}{(j\omega)^r}$

$$\Rightarrow u_{max} \approx A G_y K_c \cdot \frac{m_d}{m_i} \cdot \left| \frac{1}{(j\omega)^r} \right| \cdot a_t$$

Allora, in fase di progetto, pensare a sò! In ANALISI NO!

Questa si può usare solo in progetto e se non conosce nulla!

5.5) Riduzione della complessità delle reti correttive

Il discorso è: quando si progetta un controllore, bisogna evitar di esagerare coi gradi di libertà! Usare pochi vbi, max 3 o 4!

Inoltre, un controllore affidabile non finemente regolabile, deve avere fdt PROPRIA: questo num = grado den.

Il numero di zeri deve essere al più pari al numero di poli.

$$G(s) = \frac{K_c}{s^r} \cdot R_d(s) R_i(s)$$

Si suppone che nel problema si introduca  $K_c$ , un polo nell'origine, e altre reti. L'ò che fa recuperare l'errore nella vta sensata è lo zero!

Però non fare una rete del genere dunque, se lo sia il pb in sò:

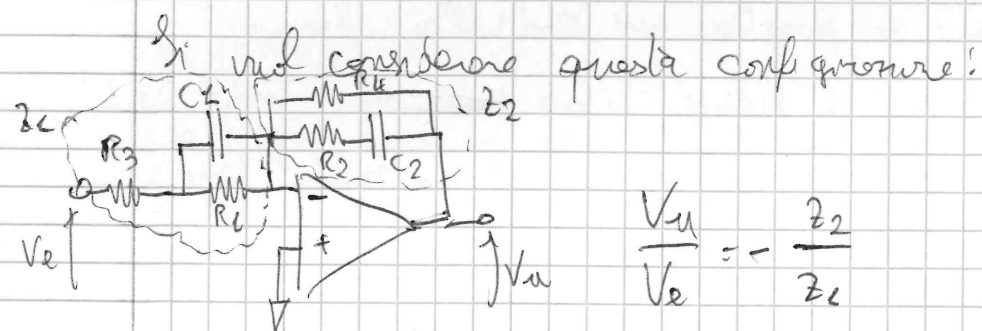
$$G(s) = \frac{K_c}{s} \left( 1 + \frac{1}{\omega_z} \right)$$

Rete P-I { Proporzionale Integrabile}:  $G(s) = \underbrace{\frac{K_c}{s}}_{\text{Parte integrale}} + \underbrace{\frac{K_c}{\omega_z}}_{\text{Parte proporzionale}}$

Cora in fi? Nella ga in mether ke e polo nell'acqua! h' puzza  
coi fogli udali ien lo reu tab da tirar in la fore! Deora  
la fore da recuperare, l'aserra nomenclata in t'ancor finalmente!

$$\frac{\omega}{\omega_f} \bigg|_{\omega_c} = 1 \Rightarrow \omega_f = \omega_c$$

5.6) Riduzione di controllori analogici mediante reti RC-attive.


$$\Rightarrow = - \frac{R_4}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + s R_2 C_2}{1 + s C_2 (R_2 + R_4)} \cdot \frac{1 + s C_6 R_5}{1 + s C_6 \frac{R_4 R_3}{R_1 + R_3}}$$

Si può vedere da una costante di tempo per la  $II^*$  e per la  $I^*$  che  
 $(R_2 + R_4)/C_2$ , dunque il p.l.o. è inferiore allo  $\tau_{RC}$ . Questa è  
 integrativa! L'altra per lo stesso motivo è dimostrata!

Quindi: conti un componente e conti tutto, è un gioco.

Comincio usare un operazionale per stodio e fine, di scappare tutto!

10/0/99

intra. al controllo digitale. Sono alcuni idee sul piano metodologico.  
Si dirà qualcosa, e si proporrà un metodo

6) Introduzione al controllo digitale

~~6.1~~ 6.1) Struttura di sistema di controllo digitale

Un controllo digitale è un sistema di controllo che vede la presenza di segnali misti: a tempo continuo (~~CD~~, Hold, Act...), ma anche a tempo discreto (~~CD~~ A/D...). Ciò fa sì che questo tipo di sistema sia detto "misto".

Si ha ancora l'impianto, "plant or process" (sistemi a tempo continuo), ecc.

Una prima differenza degli schemi ~~escluso~~ <sup>rispetto</sup> a ~~tra~~ <sup>tra</sup> di  
cattello è il fatto che qua si confrontano segnali endogeni.  
In altri schemi si confrontano segnali conosciuti.  
Questo è una possibile "variazione sullo schema".

1) I blocchi a sx prendono il posto di G<sub>cc</sub> del controller analogico. Il controller vero e proprio è il "computer"; il resto è interfaccia: per comunicare il mondo esterno analogico, a quello digitale.



La legge di controllo, la  $f(t)$  del controllore, verrà qui implementata nel computer, e dovrà essere redatta con un SOFTWARE.

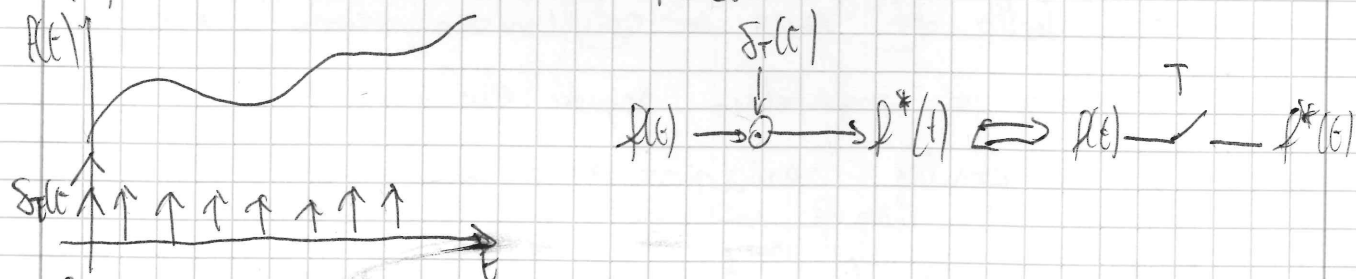
Da un punto di vista controllistico non è fondamentale l'interfaccia AD e DIA; ciò che è fondamentale è il circuito di mantenimento, per gli effetti che ha sull'anello, nella retroazione.

Imponiamo a progettare un sistema di controllo digitale.

Vantaggi e svantaggi:

- PRO
- Maggiore capacità di elaborazione o di precisione: ricorrendo a una miglior implementazione della legge di controllo.
  - Maggiore flessibilità, anche in fase di sviluppo; qua c'è da risparmiare, con un controllo analogico bisogna montare e smontare.
  - Maggiore leggibilità: c'è solo da seguire del codice.
  - Controllo: la progettazione è un po' più difficile.
  - La stabilizzazione è più precisa; la stabilità è problematica.
- Già nasce dall'Hold Circuit
- Basse esigenze elettriche; ciò è fastidioso perché c'è una linea di sistemi (pneumatici...), che non dovrebbe aver bisogno di energia elettrica, dunque il computer non essere problematico.

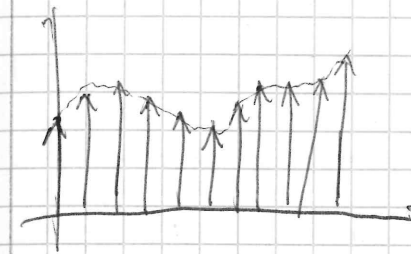
6.2) Modello matematico sul campionamento



Si considera un segnale continuo nel tempo  $f(t)$  e il treno di impulsi  $S_T(t)$  periodico di  $T$ :

$$S_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

Si fa qualche esempio: si comincia con un moltiplicatore, e si trova:



Si ha che:

$$f^*(t) = f(t) S_T(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \delta(t - kT) = f(0) \delta(t) + f(T) \delta(t - T) + \dots$$

Avremo imparato che i segnali a tempo continuo sono buoni per essere studiati con la trasformata  $\mathcal{F}$ ; per ora non ne faremo.

$$F^*(s) = f(0) + f(T)e^{-sT} + f(2T)e^{-2sT} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)e^{-skT}$$

Questa è la trasformata di Laplace del segnale campionato.

6.3) Spettro del segnale campionato

Consideriamo una diversa espressione di  $F^*(s)$ ; per far questo, scriviamo il treno di impulsi come:

$$S_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{-jn\omega_s t}, \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

Dove:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} S_T(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T}$$

Quindi:

$$S_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_s t}$$

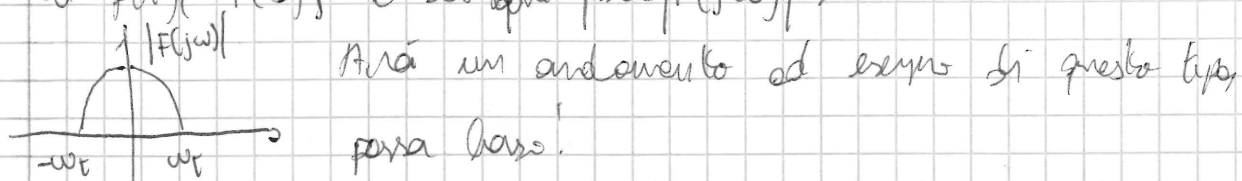
Ora:

$$f^*(t) = f(t) S_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(t) e^{jn\omega_s t}$$

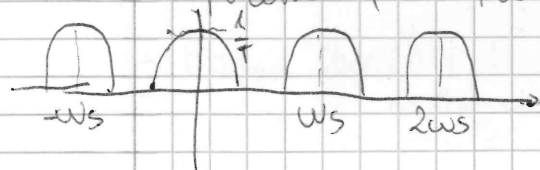
$$F^*(s) = \int_0^{\infty} \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t) e^{jn\omega_s t} e^{-st} dt = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(s-jn\omega_s)t} dt =$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s - jn\omega_s)$$

Si può osservare che in "s" questa  $F^*$  è una funzione periodica, che si ripete con periodo  $\omega_s$ . Poiché si vuole lavorare sullo spettro, dato  $f(t)$  si può supporre di conoscere lo spettro di ampiezza di  $f(t)$ ,  $F(s)$ , e dunque pure  $|F(j\omega)|$ .



Ha  $f^*(t)$  ci può dare i valori di  $F^*(s)$ , o meglio  $F^*(j\omega)$ ! Semplicemente, si può fare  $F^*(j\omega)$ !

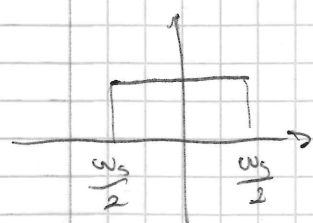


Lo spettro del segnale campionato è periodico in frequenza! Si ripete infinite volte!

6.1b) Ricostruzione del segnale di partenza mediante filtro ideale e tenuta del campione

In molte applicazioni si pone il problema di vedere un segnale campionato. Campionato  $f(t)$ , visto da  $\delta$  in caratteristiche in frequenza in  $\delta$  precedenti, come si "torna indietro"?

Beh, si può fare e facilmente: un modo di vedere il segnale è usare un filtro ideale e, data una freq. di taglio di  $\frac{\omega_s}{2}$ .



Si ottiene esattamente lo spettro del segnale di partenza.

Da qui appare chiaro che: data  $\omega_c$

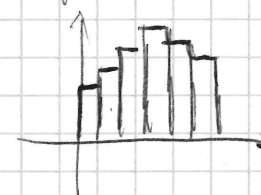
il risultato del teorema di Nyquist detto che  $\omega_s$  deve essere almeno pari al doppio di  $\omega_c$ !  $\omega_s \geq 2\omega_c$ !

Questo a patto che il segnale sia limitato in banda, e non contenga come pulsone di componenti una almeno doppia, e non vada miscelato con un filtro ideale.

6.1c) Ricostruzione mediante ZOH

Dato il filtro ideale con quella risposta in frequenza, far di questi filtri è impossibile! La risposta ad impulso sarebbe diversa per un tempo INFINITO, inoltre sarebbe non CAUSALE: rispondere ancora prima di aver dato l'impulso.

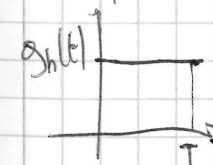
ZOH: Zero Order Hold: questo sistema, dato un segnale campionato, ne coglie uno a tempo continuo:



Un'idea può essere quella di prendere un campione e MANTENERE costante la sua ampiezza per il resto del tempo fino all'istante dopo.

Ordine zero significa OBBLIGO di andare a zero!

Acquistato il campione bisogna mantenerlo!



$$G_0(s) = \mathcal{L}\{g_0(t)\} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-sT} = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

$$g_0(t) = u(t) - u(t-T)$$

Questo è il comportamento di uno ZOH in frequenza!

In banda passante perfetto il guadagno non è costante. Ciò non è strano: c'è una zona ampia di freq. in cui il guadagno non scade di tanto. Più alta è la  $\omega_c$ , più vasta è la zona in cui il guadagno resta costante.



Questo filtro ZOH, lo serve per la ricostruzione ~~non~~ viene inserito nell'Hold Circuit! Loro fa <sup>nel punto di vista del controllo</sup> <sup>nella funzione di controllo</sup> la da politica! E no fa perdersi fare dunque ci da problemi! Molto semplice da vedere, ma non lo guadagna costando in banca e poco fare!

6.6) Legame tra  $F^*(s)$  e  $F(z)$

Studiamo il legame tra la Laplace e la Z del segnale campionato.

Abbiamo trovato che:

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-s kT}$$

Per segnali a tempo discreto la trasformata Z è la più adatta.

Dato  $f^*(t)$ , supponiamo che:

$$\mathcal{Z}\{f^*(t)\} = F(z) = \mathcal{Z}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \delta_T(t - kT)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) z^{-k}$$

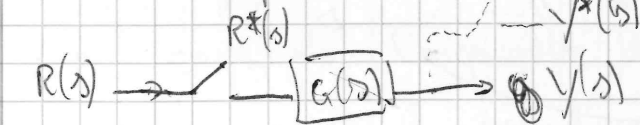
Dunque:

$$F^*(s) = F(z) \Big|_{z=e^{sT}} \quad ; \quad F(z) = F^*(s) \Big|_{s=\frac{1}{T} \ln(z)}$$

6.7) Sistemi a blocchi di sistemi con campionatori

Si sta parlando di sistemi MIMO: tempo continuo E discreto.

Dato a disposizione un sistema  $G(s)$  con prima un campionario:



Per  $R(s)$  e il comp. intero  $R^*(s)$  (campionato)

$$Y(s) = G(s) R^*(s)$$

$$Y^*(s) = \mathcal{Z}\{Y^*(t)\}$$

Esso ha una forma del tipo:

$$Y^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{Y^*(t)}{s - jk\omega_s} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G(s - jk\omega_s) R^*(s - jk\omega_s)$$

Osservazione:  $R^*(s)$  è una funzione periodica in  $\omega_s$ ! Se si sono in questo modo, si possono avere una periodicità nella periodicità, ma è identica! Si può poter fuori dalla samatura!

$$\Rightarrow = R^*(s) \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G(s - jk\omega_s) = R^*(s) G^*(s)$$

Dunque:

$$Y^*(s) = G^*(s) R^*(s) \quad \rightarrow \quad \text{Si ha un legame tra segnali campionati, sistemi campionati e questo legame si può allora sempre scrivere: } Y(z) = G(z) R(z)$$

Vediamo qualcosa del genere:



$$Y_1(s) = G_1(s) R^*(s)$$

$$\rightarrow Y_1^*(s) = G_1^*(s) R^*(s)$$

$$Y_2(s) = G_2(s) Y_1^*(s) = G_2(s) G_1^*(s) R^*(s)$$

$$\rightarrow Y_2^*(s) = G_2^*(s) Y_1^*(s) = G_2^*(s) G_1^*(s) R^*(s)$$

$$\rightarrow Y_2^*(s) = G_2^*(s) G_1^*(s) R^*(s) = G_{12}^*(s) R^*(s)$$

$$Y_2(z) = G_1(z) G_2(z) R(z) \Rightarrow \frac{Y_2(z)}{R(z)} = G_1(z) G_2(z)$$

Si sa che:

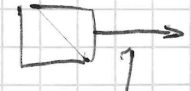
$$Y_2(s) = G_1(s) G_2(s) R^*(s) = G_{12}(s) R^*(s)$$

$$Y_2^*(s) = G_{12}^*(s) R^*(s)$$

$\Downarrow$

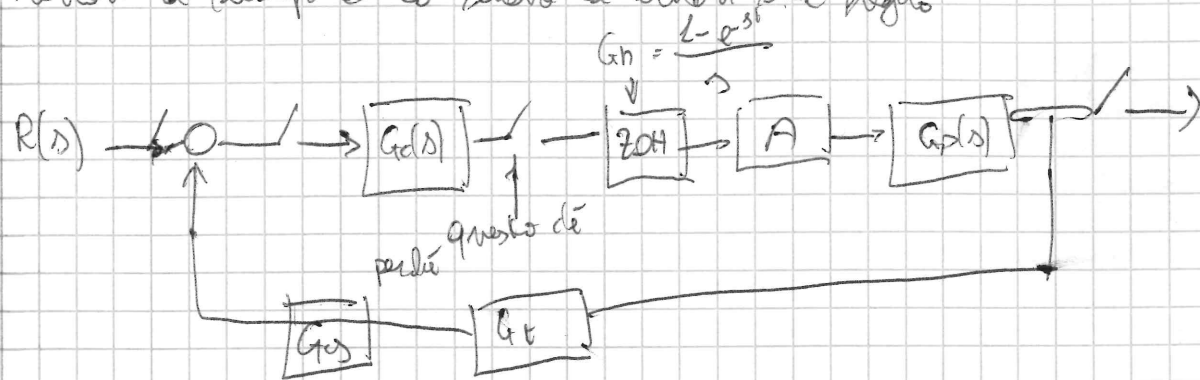
$$Y_2(z) = G_{12}(z) R(z) \Rightarrow \frac{Y_2(z)}{R(z)} = G_{12}(z)$$

Nota: la trasformata del prodotto è diversa dal prodotto delle trasformate! Senza il campionario, non funziona più nulla!



no campionamento!

Promover a disegnar lo slavo a l'occhi del foglio

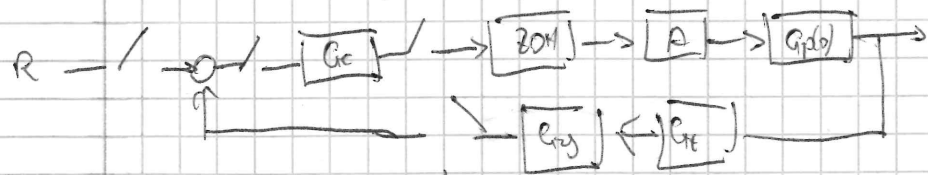


Problema che ci lascia Cercare!

1) trovare la funzione di anello in  $\mathbb{Z}$ ,  $G_0(\mathbb{Z})$

Si noti che, senza ~~adeguati~~ compensi, il prodotto di  $20H$ ,  $A$ ,  $G$  ecc. non è come prima!

l'è che n' fa sul <sup>magnete</sup> l'antibatterico: -

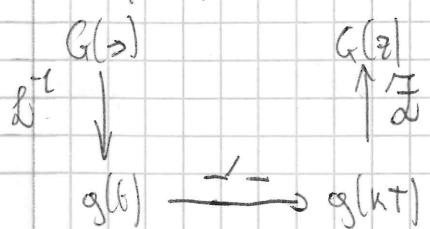


8. Completa anche qui.  $G_2(z) = ?$

6.8)  $\mathbb{Z}$ -trasformata di funzioni continue  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

Si vuole passare da una carta  $G(s)$  a una carta  $G(z)$ , per progettare un controllore digitale.

Il percorso che idealmente si fa è: i immagini di  $\gamma$  per  $\phi$  da  $G$ , la traslazione  $Z$  di essa, di un sistema, e immagine di  $\gamma$  per  $\phi$  da  $g(s)$ , tenuto su  $g(t)$ , compare e ottiene  $g(kt)$ , dunque pensa alla  $Z$ .



Questo è un problema che spesso si  
poco.

Si può risolvere il problema di trovare le  $z$ -trasformate di funzioni che contengono filtri  $zOH$ .

Supponiamo che:

8. hypothese  $\frac{du}{dt}$ :

$$X(s) = \frac{1 - e^{-2t}}{s} \quad G(s) \xrightarrow{Z} X(z)$$

ZOH

A noi interessa trovare  $\sigma_X(z)$

l'è un risultato che dice che:

$$X(z) = \cancel{(1-z)}^{-1} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(z)}{z} \right\}$$

{ 6,9) Sclta del tempo di campionamento }  
{ VEDIAMO DOMANI }

## 6.10) Metodi di discretizzazione

li sono alcuni metodi di discretizzazione. Vediamo

6, 12, 1) Metodo di invarianza della risposta all'impulso (2-irresistibile)

Dato una funzione (ci si cerchi in di esso, non mi segua),  
ci si deve porre il problema di come trasformare le funzioni alla  
var. complessa  $z$  alla variabile complessa  $z$ .

Questo metodo consiste in ciò: data una  $F(s)$ , e per  $F(z)$  si ottiene  $G(z)$ :

$$F(s) \Rightarrow F(z) = \mathcal{Z}\{f(s)\}$$

$f(s) \Rightarrow f(z) = D\{f(s)\}$

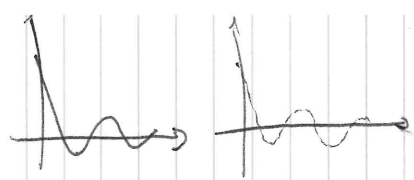
Questo metodo garantisce che se si sa cosa il sistema fa tempo continuo  $F(s)$  a tempo discreto  $f(z)$ .

Tempo Discreto

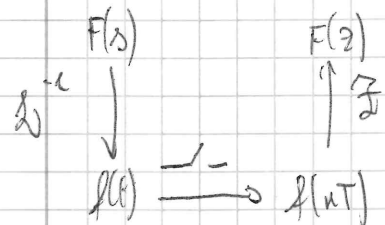
Con un impulso

e andranno nel sistema a tempo discreto,  $F(z)$ , ciò che viene garantito  
e da i due sistemi negli istanti di campionamento sommano gli storni  
volanti.





"In che senso" due sistemi, uno a TD e uno a TC sono equivalenti?  
 Beh, se il sistema è ottenuto con la Z-transform, i sistemi  
 sono equivalenti nel senso che presentano gli stessi valori negli istanti  
 campionati.

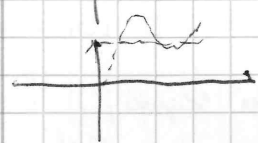
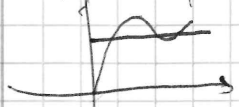


Cio che si deve notare è: con una rampa, un gradino, non  
 si può dire niente!

1.2.2) Metodo di invarianza della risposta al gradino

Si passa da  $F(s)$  a  $\bar{F}(z)$

Vogliamo qualcosa del genere:



Si vuole un metodo di discretizzazione che faccia  
 coincidere, negli istanti di campionamento,

le risposte al gradino?

data  $F(s)$  che si vuole discretizzare, si trova così:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\} \Big|_{t=kT} = \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \frac{1}{1-z^{-1}} \bar{F}(z) \right\}$$

Queste due devono ~~coincidere~~ coincidere!

Cos'è  $\bar{F}(z)$ ? Beh, Z-transformazione!

$$\Rightarrow \frac{1}{1-z^{-1}} \bar{F}(z) = \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\} \right\} \Big|_{t=kT}$$

Dunque:

$$\bar{F}(z) = (1-z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F(s)}{s} \right\} \right\} \Big|_{t=kT}$$

Si noti che <sup>questo metodo</sup> ciò è stato prima visto per funzioni di trarre la  $G(z)$   
 per blocchi ZOH.

Questo metodo di discretizzazione garantisce la stessa risposta al gradino.

È inoltre un metodo che si usa se nella funzione c'è lo ZOH.

Cio si può fare con MATLAB, con:

"C2D" % Continuous to Discrete

Dato la funzione che si vuole discretizzare, e il metodo (vedi help),  
 si è a posto!

Esempio, metodo 'ZOH'!

Matlab restituisce una  $G(z)$  con queste caratteristiche!

6.10.3) Metodo di trasposizione zeri-poli (matched)

L'idea è: data una  $G(s)$  funzione qualsiasi, quel che si fa  
 è vedere la trasformazione  $z = e^{sT}$ , quindi, si prendono gli zeri di  
 $G$  e si trasformano secondo questo; si prendono i poli e si  
 trasformano; si impongono di i guadagni steccati delle due  
 funzioni non gli stessi.

Questo metodo mantiene anche bene le caratteristiche in frequenza,  
 dunque è SCARICATO quando si discretizza un controllore.

Si usa C2D con opzione 'matched'.