

Elettronica delle microonde

Introduzione al corso

In questa trattazione si parla di microonde, ossia di trattazione del campo elettromagnetico da qualche centinaio di MHz a qualche centinaio di GHz. Vi sono, in questo vasto range, altre sottosuddivisioni: le radiofrequenze, ossia quel range di frequenze in cui si può ancora usare dispositivi a silicio (circa 4 MHz); ciò comprende tutta la telefonia cellulare.

Per quelle propriamente chiamate "microonde", dai 5 GHz a qualche decina di GHz, può essere (diciamo che di sicuro) necessario usare materiali e/o tecnologie dedicate, ossia non basate sul silicio. Essendo a così alte frequenze, inoltre, le λ sono dell'ordine del millimetro, dunque gli effetti distribuiti si fanno sentire.

Quello che foremo, in pratica, è usare tecniche di progetto "miste" tra elementi concentrati e distribuiti.

Salendo ulteriormente di frequenza, ci sono le onde millimetriche, per quanto esse (a meno della sensoristica e della radaristica) non siano ancora usate in applicazioni specifiche.

Si pensa di poterle usare soprattutto per applicazioni punto-punto, poiché fortemente assorbite dall'etere.

Le microonde si usano sin dalla seconda guerra mondiale, soprattutto mediante le guide d'onda, ossia tubi nei quali si guidavano dei modi; si usavano anche per il progetto di elementi attivi.

Si inizia a parlare di elettronica delle microonde negli anni

170, in cui iniziò a prendere piede la tecnologia basata sul GaAs, semiconduttore composto che ha consentito di sviluppare dei FET tali da generare segnali a frequenza elevata. Questo permise di associare il nome "elettronica delle microonde" alla realizzazione di circuiti planari ad alta frequenza. Verso gli anni '80 la tecnologia diventa attinua, ma il materiale e la lavorazione restano molto costosi; per questo, si tratta di una tecnologia di nicchia: si usa solo dove il Si non può arrivare.

Per l'altissima potenza (kW) si usa ancora la guida d'onda.

A parte Si, per le alte frequenze si devono sempre usare materiali composti: GaAs, InP, e altri.

Di solito quel che si fa è prendere del GaAs e farci sopra il FET; date le minime dimensioni di un FET integrato (μm), esso è considerevolmente più piccolo dello λ del segnale (a meno che non si vada sui 500 GHz o oltre), dunque gli elementi attivi si possono considerare a parametri concentrati; il substrato è fatto con un dielettrico di cui è fondamentale conoscere lo spessore d e la costante dielettrica ϵ ; i vari elementi saranno collegati tra loro mediante linee di trasmissione, sulle quali si propagano determinati modi. Le linee possono anche essere usate per creare elementi induttivi/capacitivi.

Parlare di parametri concentrati o distribuiti dipende dalla frequenza: si possono considerare (con qualche riserva) concentrati gli elementi con dimensioni inferiori a $\lambda_g/8$.

Non si hanno più solo problemi con i parametri distribuiti: un tratto di linea può concatenare del campo magnetico, o accumulare carica, ottenendo elementi parassiti di tipo induttivo e capacitivo, di cui a microonde bisogna tener conto!

Come linea di trasmissione spesso si usa la microstriscia; di essa può essere problematica la realizzazione di certi elementi: si deve bucare il substrato metallizzando le pareti, collegando la linea al piano di massa.

Modificando W e d si può controllare la Z_0 ; d'ora s'ella in modo da avere un'impedenza dell'ordine di 50Ω .

Il substrato ha anche il compito di dissipare termicamente: le applicazioni principali che usiamo sono infatti quelle di potenza (qualche watt), dunque il calore va smaltito. "d" è anche influenzato da questo fattore.

Fare un foro metallizzato è un problema non solo tecnologico, ma anche per il circuito: un buco è una cavit , in cui permangono dei modi risonanti; si hanno molte induttanze parassite.

Dove non si vogliono fare fori, si usa una tecnologia coplanare: essa   ottima per le altissime frequenze, ma, il fatto di mettere "sopra" i piani di massa, porta a un pi  complicato progetto del layout.

Ultima nota la mente l'alimentazione: essa deve essere fortemente disaccoppiata dai "punti caldi" del circuito, ma dai punti in cui si propaga il modo a microonde; i punti sono

vi è l'alimentazione sono i "punti freddi" del circuito.

Microonde e basse frequenze devono potersi "incontrare" solo ove strettamente necessario, nella fattispecie nel gate dei FET.

Le filosofie di realizzazione sono dunque due: circuiti ibridi, realizzati su substrati dielettrici, per poi saldare gli elementi attivi nel circuito come package esterni.

I circuiti ibridi sono i più diffusi a microonde, perché, ovviamente, molto meno costosi. Tradizionalmente, per interfacciarsi con l'esterno, si usano dei connettori; si tratta comunque di connettori "particolari", come SMA (che può arrivare a 18 GHz); essi sono realizzabili mediante particolari configurazioni del dielettrico e della calza/anima, che permettono di alzare la frequenza di multimodalità.

Uniamo al discorso di scelta di progettazione:

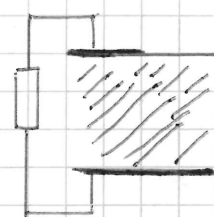
- Un progetto monolitico è molto miniaturizzato; si potrebbe pensare che il risultato sia ottimo, ma le spese sono alte, e il progetto non "ritoccabile" dopo la produzione.
- Un progetto ibrido ha spazi più larghi, ma "meno pretesi"; i costi sono inferiori, e, data la possibilità di "ritoccare", il risultato può essere migliore. Gli spazi "disponibili" sono maggiori.

Le saldature sono comunque elementi critici: esse danno luogo a problemi di vario tipo, dunque si cerca di evitarle di metterle nei punti caldi, dove non necessario.

In sostanza, talvolta i monolitici si usano, ma praticamente solo per il grosso mercato, ossia quando i costi non ritardati vengono coperti.

Interfacciare è un problema: quello che può capitare è che il modo può essere distorto all'interfaccia, dunque il modo deve essere convertito in uno rettile come quello del canale, ottenendo delle perdite. Se filo viene saldato a pressione, e, in questo modo, si fa la connessione. Nella coplanare si ha generalmente una perdita inferiore, dal momento che essa introduce una minore discontinuità (un "salto meno brusco").

Osservazione finale, prima di entrare nei dettagli: sia nella coplanare, sia nella microstruttura, è possibile introdurre elementi discreti; essi possono essere messi in serie, "a cavallo" di due linee, o in parallelo; per la coplanare il parallelo non è problematico: basta collegare un capo a una massa; per la microstruttura può essere peggio: si mette l'elemento sui bordi della struttura,



e si deve lucare il dielettrico, con tutti i conseguenti problemi che ne scaturiscono.

Da ora si studieranno i vari elementi da usare per il progetto, sia a parametri concentrati sia a parametri distribuiti.

Dispositivi attivi a microonde

I materiali più usati per componenti attivi (transistor) sono i semiconduttori composti, di sintesi, "inventati a tavolino"; il più famoso è il GaAs: ha un ϵ_s maggiore del silicio, infatti è alla soglia di un isolante; dei materiali composti del III^o/V^o gruppo ce ne sono altri: InP, GaSb, e altri; interessanti soprattutto InP (fosfuro di indio, da 40 GHz in su), e il GaN (nitruro di gallio, materiale molto promettente). Molti di questi materiali sono già usati in optoelettronica, cosa utile al fine di far "crescere" la loro tecnologia.

Sono interessanti ad alcuni aspetti: nanometricamente, la "velocità": i portatori devono avere una mobilità molto elevata, o comunque alta velocità di saturazione (dal momento che, nei dispositivi a canale corto, si usa questa velocità); fondamentale è dunque la caratterizzazione secondo la curva velocità-campo; di questa siamo soprattutto interessati a vedere dove si porrà il massimo, per ragioni di potenza.

Per la potenza, un altro parametro interessante* è l'energia gap: maggiore essa è, minore sarà n_i , dunque maggiore la temperatura per cui n_i crescerà fino a divergere. Il problema è che il miglior materiale, il GaN, è molto indietro come tecnologia, e molto costoso (solo di recente è stato possibile ottenere dei bulbi di GaN). Il silicio con la potenza non si può assolutamente usare: con il silicio vediamo qualcosa, ma non soluzioni che possano essere dette "definitive".

FET

I primi dispositivi realizzati sono i FET, anche se, più recentemente, sono state elaborate soluzioni bipolari. Ciò che non è stato ancora possibile realizzare sono strutture MOSFET, a causa dell'impossibilità di deporre ossidi su GaAs o InP (per Si, infatti, si ha SiO_2). Ciò che si può fare, in termini di FET sono i MESFET, e successive evoluzioni.

MESFET

Si tratta di un FET basato su di una giunzione Schottky tra il metallo costituente il gate e il semiconduttore. Dato un substrato semiconduttore, si fa crescere una zona n, mediante epitassia o impiantazione ionica. Si fa quindi un contatto di gate, che realizza la giunzione Schottky con il GaAs; in questo dispositivo poi si iniettano elettroni nel source, e si fa uscire dal drain, mediante l'applicazione di una V_{ds} che genera un campo elettrico. Il canale si apre o chiude mediante la giunzione Schottky che modula l'ampiezza della regione di smetamento. Lo spessore del canale conduttore può cambiare al secondo dello spessore della regione di smetamento, controllando la corrente nel canale. Lo spessore del canale regola la tensione di soglia del dispositivo. Talvolta si impianta uno strato p profondo, per far sì in modo che il fascio di portatori non venga iniettato nel substrato, defocalizzandolo.

Esistono modi per realizzare dispositivi "normalmente on" o "off", ma si ricordi che i MESFET, per lavorare, devono avere la giunzione Schottky invariabilmente polarizzata.

Questa giunzione Schottky causa non pochi problemi al dispositivo, come ad esempio lo stato di breakdown: per entrare da la giunzione e di conseguenza il dispositivo va in breakdown, si fa in modo da tenere "lontani" gate e drain; la giunzione va in breakdown perché, se la tensione di drain cresce troppo, V_{gs} aumenta, e si va in breakdown; allontanando funzionalmente le zone si dilata il campo elettrico, aumentando la tensione di breakdown.

Quello che si fa è rendere il gate, facendo uno scano, per allontanare gate e drain, e meglio controllando lo spessore del canale, dunque la tensione di soglia V_{th} . Il contatto di gate si fa "a fungo", per avere riduzione della lunghezza, ma al contempo tenere bassa la resistenza parassita.

Volendo aumentare la corrente si potrebbe allargare il gate e il dispositivo allungando la metallizzazione di gate; ciò aumenterebbe la resistenza parassita. Per aumentare la corrente dunque quello che si fa è mettere tanti dispositivi "piccoli", in parallelo, per ottenere una corrente ingente. Si parla di "dispositivi interdigitati". Spero, quando si parla di grosse dimensioni, ad esempio 1 mm, in realtà sono ridotti con "10 dita da 0,1 mm", in modo da non introdurre elementi parassiti.

HENT

Il grosso problema dei vecchi MESFET è: per avere corrente, devo avere molto drogaggio, cosa che riduce la mobilità dei portatori; quello che si fa è sfruttare un'eterostruttura tra un materiale a

gap grande e uno a gap più piccolo (tipicamente, AlGaAs e GaAs); nel diagramma a fondo, questa cosa introduce delle discontinuità delle bande, che permettono in sostanza di drogare molto più di prima il lato sinistro, di sostituire questo lato mediante una giunzione Schottky, dunque di mandare portatori (elettroni) al GaAs, dove il conseguente innalzarsi dei livelli farà luogo a una buca di potenziale, in cui gli elettroni saranno intrappolati; questo sarà il canale conduttivo.

Dunque: realizzo questo contatto Schottky sull'AlGaAs, faccio in modo che quest'ultimo sia completamente sostituito di elettroni, e in queste condizioni, mediante la variazione della tensione al gate cambio il campo nella regione sostituita, dunque il campo all'interfaccia tra AlGaAs e GaAs, modulando la buca di potenziale e controllando il numero di canale e loro intensità (controllo di carica).

Il sostanziale vantaggio di questa struttura sta nel fatto che i portatori liberi stanno in una zona non drogata, che dunque permette loro di avere elevate mobilità!

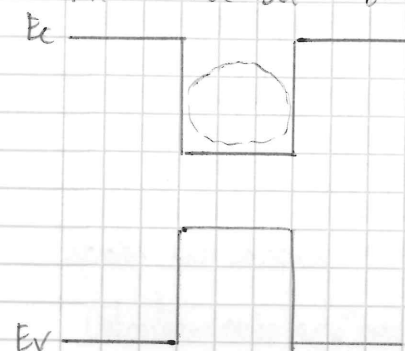
Lo spessore dello strato di AlGaAs inoltre non è legato alla tensione di soglia, o meglio essa è legata anche al numero di portatori liberi nel GaAs, dunque posso fare uno strato di AlGaAs sottile, aumentare dunque la trasconduttanza del dispositivo, perché il gate sarà più vicino al canale conduttivo.

Infine: è possibile aumentare V_{gs} sopra 0, a differenza del MESFET, in cui si polarizzerebbe direttamente la giunzione, perché l'effetto di modulazione di ~~canale~~^{drogaggio} permette di più.

Unico problema: l'HENT è un po' più delicato, sotto il punto di vista del breakdown.

Conni sul PHENT

Il PHENT è una sorta di HENT a doppia eterostruttura: si tratta di strutture in cui si mette uno strato a E_g elevata, uno più piccolo, e un altro elevato; il diagramma a bande è circa così: si vedeva già a livello tecnologico la luce di pottermale. Si fa in modo da scegliere come materiale intermedio qualcosa a elevata mobilità, come



InAlAs.

È un'ulteriore nota: se lo spessore dello strato intermedio è piccolo, le proprietà cristalline del medesimo possono essere variate, perché esso tende ad adottarsi coi cristalli dei materiali che lo affiancano, provocando, a causa di questo "stress", un'ulteriore crescita della mobilità elettronica. Del fatto che lo strato è detto "pseudomorfico", si capisce lo "P" di PHENT.

RF CMOS

Parlando di applicazioni del silicio, certo si può subito dire che i MOS si possono fare; inoltre, come si fa l'nMOS, così si può fare il pMOS, cosa che non si può fare coi materiali composti, che hanno elevate mobilità elettroniche e pessime lacunari.

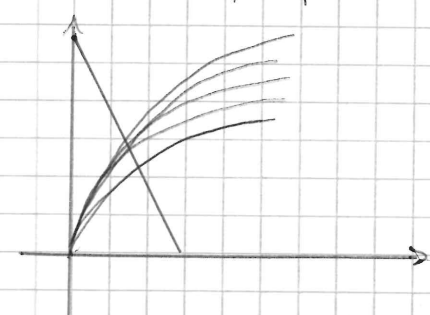
Con i CMOS si può fare tanto digitale o, con le nuove tecnologie (90 nm, e si tende ai 30), anche le prestazioni in frequenza

migliorano; per l'analogico, si arriva a qualche GHz.

LD MOS

Esiste un'altra fondamentale tecnologia basata sul silicio, non CMOS, più indicata per fare potenza (per quanto possibile): LD MOS. Questi, per esempio, si usano per VLSI o cellulari. Si tratta di un processo alternativo di lavorazione.

Un dispositivo, per generare potenza, deve avere tanta corrente, un'alta tensione di breakdown, e avere una bassa resistenza interna (per dissipare poca corrente). Un MOS lavora di solito su una volta di carico così: nella zona del ginocchio. La resistenza che il dispositivo vede qui è proprio la R_{on} . Per avere bassa R_{on} , bisogna fare il canale corto.



Deve però, al contempo, andare a tensioni elevate, cosa incompatibile con le dimensioni piccole, perché causa il breakdown; per far convivere le due cose LD MOS ha il gate che forma un MOS nel silicio p solo dove c'è il p; per evitare che il campo dentro l'ipo elevato, il drogaggio della regione n che va verso il drain deve essere basso, per spalmare il campo dunque si interpone una regione n⁺ diffusa lateralmente al canale, che non seguita da una n e una n⁺ che tende ad allargare il campo elettrico, mantenendo comunque corto il gate.

Problema della struttura: il drain presenta, per come è fatta la struttura, una resistenza parassita.

BJT - HBT

La principale limitazione dei BJT è il fatto che la loro frequenza di taglio non arriva alle microonde, poiché la resistenza della base è elevata (r_{be}), e in serie con la capacità base-emettitore fa "tagliare" a frequenze basse.

Come si può abbattere r_{be} ? Beh, con le eterostrutture! Si realizza emettitore e base con materiali diversi, dei E_g diversi, facendo in modo che $E_{ge} > E_{gb}$; si realizza un salto di banda che crea una barriera di potenziale che impedisce agli elettroni di tornare verso l'emettitore. Ciò permette di aumentare il dragaggio della base senza ridurre l'efficienza di emettitore.

A volte si realizza anche un'eterostruttura tra base e collettore, facendo crescere epitassialmente la base, in modo da avere uno spessore di base molto ridotto, e alla frequenza di taglio si ha di:

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi r_{be}(C_{\pi} + C_{\mu})}$$

Aumento la g_m , e così la frequenza di taglio.

Ciò abbatte anche il campo di breakdown, a tal fine si disegna anche di meno il collettore, o si fanno alcuni orifizi, quindi introdurre un sub-collettore.

Si usa mettere un doppio contatto di base per avere più corrente; la base è ad accessi laterali. Vi son diversi etching otti a creare le finestre per i contatti.

Li sono problemi per realizzare questo materiale: dragare molto un materiale lo rende difettoso, dunque per quanto la base sia sottile, è stato difficile raffinare il processo.

Ora gli HBT si usano all'estrema, soprattutto per LNA, o amplificatori a elevato guadagno (date le elevate densità di corrente).

Una variante per la realizzazione degli HBT riguarda la struttura a SiGe: si tratta di una struttura più complicata, in cui si sostituisce la base con un materiale dalle proprietà tali da migliorare l'efficienza di emettitore. Il materiale è il SiGe.

L'emettitore è di polisinicio, dunque andando in giù si ha la base, collettore e sub-collettore. Il SiGe ha problemi di etching, dunque, dal bulk di Si, la crescita deve essere graduale, in modo da adottare i veticoli.

Una particolarità sta nell'isolamento tra un dispositivo e l'adiacente: "deep trenches": si scavano dei "buchi" riempiti di SiO₂, in modo da separare meglio i materiali. Purtroppo, ciò può solo essere fatto in silicio.

Cosa vorremmo per il futuro? Beh, materiali tali da avere g_m più elevato, dunque maggior velocità. Manca molto anche nel campo dell'alta potenza, in grado di dissipare bene la temperatura. Come già detto, a tal fine, cerchiamo i materiali a gap elevato. Anche la conducibilità termica è un parametro importante, per la temperatura; far dissipare meno potenza significa poter installare meno componenti, o meglio: se il materiale dissipa bene

il calore, allora posso mettere tanti dissipatori vicini, e dunque avere più area dissipabile (si parla di "die", una di sotto-circuiti montati sul chip).

Elementi passivi concentrati

Come è difficile fare gli elementi attivi, così è anche per i passivi, specialmente quelli concentrati: i parametri parziali possono essere così importanti per certe frequenze da modificare il reale comportamento del componente.

3 componenti a parametri concentrati sono importanti poiché, per f dell'ordine del GHz, λ è dell'ordine del cm, dunque per un circuito monolitico, usare linee di trasmissione è fuori discussione; nei circuiti ibridi più grossi, non è comunque detto, essere possibile.

3 componenti concentrati possono essere realizzati:

- o direttamente su substrato mediante crescita di film (spesso la scelta migliore)
- o mediante package esterni (cosa esclusa, per integrati).

3 package sono spesso in SMD.

Resistori

Presentiamo ora alcune idee:

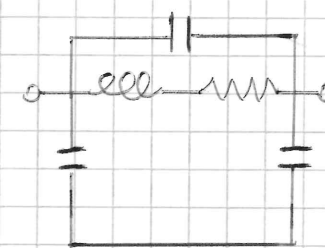
- resistori a film: si possono fare sia su semiconduttore sia su dielettrico, depositando un film di materiale resistivo tra le piste conduttive. Devono avere resistenza costante con la temperatura (stabilità termica).
- strutture MESA: accrescere epitassialmente uno strato drogato e leggerissimo, dunque si ottiene il resistor. È più preciso.

Per valori di resistenza più grandi si è costretti a usare package da saldare sul circuito. Ve ne sono di diversi tipi: non scrivo mm. 51-58 (package Induttori

Si tratta ancora una volta di elementi difficili da realizzare: da un lato ed alle frequenze si sa che sono (di solito) induttanze piccole, ma dall'altro è veramente difficile, se vero, fare valori elevati. L'idea è: se considero un tratto di pista, questa automaticamente fa corrente, inducendo; volendo aumentare il valore dell'induttanza, posso fare spire, in modo da aumentare il concatenamento. Problemi:

- Le piste sono fatte di metallo, conduttore non ideale, dunque hanno una resistenza parassita serie;
- Le piste sono parte di una microstruttura, dunque c'è la capacità che la pista fa con il piano di massa;
- Posso avere piste affiancate, che danno luogo a capacità serie;

In pratica, al posto di un induttore, si ottiene un resonatore: per un certo range di frequenza si comporta bene, per altre va in risonanza e non fa più il proprio mestiere.



Di un circuito, gli induttori sono probabilmente gli elementi che occupano più spazio.

Senza strutture di scandalo (air bridge): essi si realizzano non direttamente in aria, ma si mette la prima pista, un dielettrico, la seconda pista, dunque si scava via il dielettrico per ridurre le capacità parassite.

In silicio gli induttori vengono particolarmente male, perché, in generale, si fanno su di un ossido (SiO_2), ma ciò nonostante essi hanno enormi perdite, dunque avranno un fattore di qualità molto molto basso. Si hanno comunque capacità parassite infatti che degradano il fattore di qualità.

Negli ultimi anni c'è il nano-machining, che sta permettendo di realizzare strutture 3D, non in tecnologia planare, e migliorare la conduttività.

Per alte induttanze ($\approx 1 \text{ nH}$), utili soprattutto per fare disaccoppiamento DC, si è ancora una volta costretti a ricorrere a package esterni.

Condensatori

Un po' più semplici sono i condensatori: si può o strutturare i film (interdigitati), o le capacità parassite; fatto sta che anche questa volta, i circuiti equivalenti sono dei resistori (però uguali agli induttori).

Una soluzione è quella di usare i MIM (metallo-isolante-metallo), dove la capacità si regola con le dimensioni.

Ancora, quando si vogliono i nF, tocca usare i package.

Componenti passivi distribuiti

Esistono diversi tipi di linee di trasmissione, o sia di conduttori atti a guidare il campo elettromagnetico. A seconda della loro geometria, o del semispazio intorno (avendo chiuso da un conduttore), possono propagarsi diversi modi: se sia E sia H sono ortogonali alla direzione di propagazione $\hat{z}$, si ha un modo TEM; esistono

anche guide TE, o TM.

Dal momento che questo argomento è già stato largamente approfondito in altri corsi, si toccheranno in dettaglio solo alcuni argomenti, a parere mio più degni di nota.

Esiste, per la rappresentazione matematica delle linee, il modello detto "equazioni dei telegrafisti": si tratta di equazioni differenziali ordinarie del 1° ordine, data la definizione dei vari parametri, permette di ottenere un circuito a parametri distribuiti. La soluzione di queste è composta da una coppia di onde: progressive, e regressive.

Progettare linee non è banale: esse sono, spesso, molto dispersive, dunque si hanno alla luce di ciò problemi. Non è tutto: al di sopra di una certa frequenza la guida fa propagare più di un modo alla volta, cosa negativa per noi.

Il modo TEM è molto interessante: se si hanno almeno due conduttori, immersi in un dielettrico omogeneo, si può avere il modo TEM; per esso esiste una rappresentazione mediante linee dei telegrafisti, in funzione dei parametri L e C .

La microstriscia e la coplanare sono linee quasi-TEM: il dielettrico che circonda i conduttori non è trasversalmente omogeneo: una parte del campo infatti è sull'aria, una parte nel dielettrico; se ne parlerà meglio in seguito.

Prima di parlare un po' più nel dettaglio della microstriscia, proponiamo una breve trattazione sulle perdite.

Si consideri la costante di propagazione $\gamma = \alpha + j\beta$ (sebbene

semplicemente per $\gamma = j\beta + \alpha$. Dalla teoria, risolvendo le equazioni dei telegrafisti, si trova che:

$$\gamma = \sqrt{(j\omega L + R)(j\omega C + G)} = \sqrt{j\omega L} \sqrt{j\omega C} \sqrt{1 + \frac{R}{j\omega L}} \sqrt{1 + \frac{G}{j\omega C}}$$

Sviluppando il prodotto e mantenendo solo i termini lineari, si ottiene:

$$\gamma \approx \sqrt{-\omega^2 L C} \left(1 + \frac{R}{2j\omega L} \right) \left(1 + \frac{G}{2j\omega C} \right) \approx \sqrt{-\omega^2 L C} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{j\omega L} + \frac{1}{2} \frac{G}{j\omega C} \right) =$$

$$= j\omega \sqrt{LC} + \frac{R}{2} \frac{\sqrt{LC}}{L} \frac{1}{j\omega} + \frac{G}{2} \frac{j\omega \sqrt{LC}}{j\omega C} = j\omega \sqrt{LC} + \frac{R}{2Z_0} + \frac{G}{2} Z_0$$

Per questo si prende Z_0 :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}} \quad \text{per } \omega \rightarrow \infty, Z_0 \rightarrow Z_0 \text{ ideale}$$

A questo punto, un'osservazione: noi ci occupiamo di microonde, dunque di ω elevatissime; queste relazioni, tuttavia, valgono anche a frequenze più basse.

Il regime che usiamo sempre è quello di alta frequenza, ossia $\omega \rightarrow \infty$; in tal occasione, si può considerare anche solo Z_0 reale. Allo stesso modo, si può dire che il termine in ω di γ è molto grosso; a frequenze più basse c'è un regime "intermedio", in cui si può trascurare G , ma non R , sia in Z_0 ma dalle altre parti; ne consegue una linea fortemente dispersiva, dove dunque γ dipende fortemente da ω .

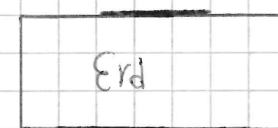
Noi stiamo come detto quasi sempre in regime di alta frequenza,

si ha un po' di dispersività (è normale che β dipenda linearmente da f), ma non che si abbiano comportamenti strani. La linea in alta frequenza diventa dispersiva perché i termini di perdite sono dispersivi: la linea, in questo regime, è debolmente dispersiva.

Linea quasi-TEN: anche il caso di linee quasi-TEN si può usare il modello "linea dei telegrafisti", ma c'è qualche differenza: le grandezze L e C saranno un poco diverse. Ciò vale, ovviamente in frequenze per cui la linea non è dispersiva: solo modo TEN!

Ora: per la struttura quasi-TEN, che si può fare? Sappiamo che la microstriscia ha un pannello di massa, un dielettrico di costante ϵ_{rd} , la linea, e tutto ciò è circondato da aria.

$\epsilon_r = 1$



Come si possono calcolare L e C ? Beh, costruiamo una struttura uguale, in aria: $\epsilon_{rd} = 1$. Secondo i materiali dielettrici di solito μ sono magnetici, pensiam che $\mu_d = \mu_0$; questo a una volta può farci supporre che le induttanze per unità di lunghezza delle due strutture (ϵ_{rd} e 1) sono uguali.

Se la struttura è in aria, $v_f = c$ dunque:

$$L_{aria} = c^2 \cdot L_{aria}$$

Ma, dunque, posso anche dire che L_{aria} sia legata a C_{aria} mediante una "costante dielettrica efficace", che sarà un mix tra ϵ_{rd} e 1.

Dovrò dunque confrontare C_d e C_{rad} e il loro rapporto sarà E_{eff} .
 Si possono fare considerazioni come:

$$Z_{in} = \frac{L}{l} = \frac{1}{c \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Si noti che qui si tiene comunque conto delle questioni geometriche: a seconda delle dimensioni, L e l cambiano, e Z_{in} di conseguenza! Queste dimensioni vanno progettate anche tenendo conto della potenza da dissipare, e della frequenza (che fornisce nei valori di picco V_{pk} ma quelli rms).

Dispersione in frequenza

Abbiamo detto che con strutture quasi-TEM ad alte frequenze si hanno comportamenti di tipo dispersivo: dopo una certa regione in cui l'andamento è "piatto", gli effetti iniziano a crescere. Si parla nella letteratura di una frequenza, detta "frequenza di inflessione", per cui si ha un marcato aumento di E_r . La cosa positiva è che spesso questa frequenza è nei paraggi della frequenza di risonanza del primo modo superiore, quindi, cercando di star fuori dalla multimodalità, si sta tranquilli anche sotto questo punto di vista.

Tenere conto della dispersività non è facile: di fatto nelle simulazioni se ne tiene conto ma tanto di quelgusto.

Si noti che il range di frequenze in uso è quello di "alta frequenza": siamo sopra il "range intermedio".

Esistono due tipi di perdite: perdite "serie" (legate al conduttore)

e perdite parallelo (legate al dielettrico); tra le perdite serie vi sono perdite ohmiche, legate alla resistenza del conduttore. Ciò che bisogna fare è tenere conto della distribuzione della corrente nel conduttore: essa, ad alte frequenze, tende a essere distribuita solo su di una corona circolare attorno al conduttore.

Il principale parametro per quantificare le perdite da effetto pelle è δ , ma la profondità di penetrazione per effetto pelle.

Si consideri la seguente equazione di Maxwell:

$$\nabla \times \underline{H} = j\omega \underline{E} + \underline{\sigma} \underline{E} = j\omega \underline{E} \left(\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega} \right) = j\omega \tilde{\epsilon} \underline{E}$$

Tenendo conto della conduttività σ è stato possibile definire questa $\tilde{\epsilon}$ equivalente. Usandola, nella teoria delle linee:

$$K = \omega \sqrt{\mu \tilde{\epsilon}} = \omega \sqrt{\mu \left(\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega} \right)}$$

Considerando che il numero deve essere un buon conduttore, $\sigma \approx 10^7$, dunque il termine prevalente è il secondo:

$$\approx \omega \sqrt{\mu \frac{\sigma}{j\omega}} = \sqrt{-j} \sqrt{\omega \mu \sigma} \quad \text{ma } \sqrt{-j} = \frac{1-j}{\sqrt{2}}$$

$$L \rightarrow K = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \mu \sigma} = \beta - j \alpha \quad (\text{dove } \alpha = \beta)$$

Si definisce δ come:

$$\delta \triangleq \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Allo stesso modo, si può ragionare su ϵ :

$$\epsilon = \frac{\mu}{\epsilon}$$

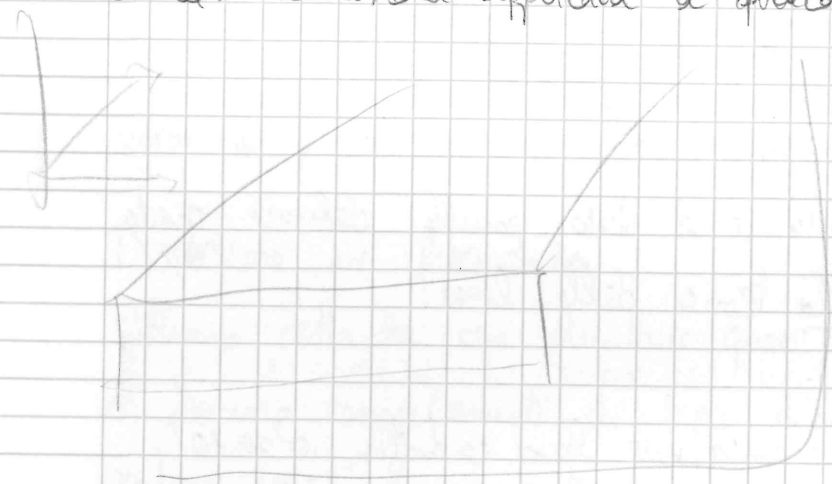
Provando di porre in relazione K e ϵ , si vede che:

$$K = \sqrt{\mu \epsilon} \omega \rightarrow \frac{K}{\epsilon \omega} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\text{ricorda che } \epsilon \approx \frac{\sigma}{j\omega})$$

$$\rightarrow \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \mu \sigma} \cdot \frac{j\omega}{\sigma \omega} = \epsilon = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}$$

Cosa ci dice ciò? Beh, fino a qui, sapendo che gli andamenti dei modi seguono degli esponenziali, si può dire che δ ha una sorta di "costante di spazio", indicando la decrescita dei campi con il muoversi nel dielettrico. ϵ_0 quantifica la resistenza opposta, per questo effetto pelle (o "pellicola").

Questa idea è stata proposta a partire dalla teoria delle linee. Vediamola applicata a qualcosa di più "pratico".



Si consideri un conduttore rettangolare di conducibilità σ e spessore t , larghezza w . Supponendo che non vi siano variazioni sulla direzione trasversale (y e z), si può studiare il suo comportamento in frequenza.

Le equazioni di Maxwell che modellano il problema sono:

$$\nabla \times \underline{H} = j\omega \epsilon \underline{E} + \sigma \underline{E}$$

$$\nabla \times \underline{E} = -j\omega \mu \underline{H}$$

$$\nabla \cdot \underline{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \underline{E} = 0 \quad [\text{considero che non ci siano densità di carica}]$$

Ora, usiamo uno dei passaggi classici: scegliamo il rotore della seconda equazione:

$$\begin{cases} \underline{E} = E_z \hat{z} \\ E_z(\pm t/2) = E_0 \end{cases}$$

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = -j\omega \mu \nabla \times \underline{H} = -j\omega \mu [j\omega \epsilon \underline{E}] - j\omega \mu \sigma \underline{E} \approx -j\omega \mu \sigma \underline{E}$$

Questo, data l'approssimazione di "buon conduttore". Nell'ordine vettoriale, si sa che:

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = \nabla (\nabla \cdot \underline{E}) - \nabla^2 \underline{E} \quad [\text{Ma } \nabla \cdot \underline{E} = 0!]$$

$$\hookrightarrow \nabla \times \nabla \times \underline{E} = -\nabla^2 \underline{E}$$

Due convenzioni: si consideri $\underline{E}$ solo come componente verso $\hat{z}$:

$$\underline{E} = E_z \hat{z}$$

$$\hookrightarrow -\nabla^2 \underline{E} = -j\omega \mu \sigma \underline{E}$$

$$\text{Da qua, } \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0 \quad \text{per simmetria}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z = j\omega \mu \sigma E_z$$

Ora, per risolvere questa equazione partiamo o direttamente applicando le condizioni al bordo, o notando che, dato le simmetrie di dominio e condizioni al bordo,

$$E_z(x) = E_z(-x)$$

Essendo questa una ODE di secondo ordine, la soluzione generale sarà:

$$E_z(x) = A_0 \exp(+\lambda x) + B_0 \exp(-\lambda x)$$

$$\hookrightarrow A_0 \exp(\lambda x) + B_0 \exp(-\lambda x) = A_0 \exp(-\lambda x) + B_0 \exp(\lambda x)$$

$$\hookrightarrow A_0 = B_0$$

Allora:

$$E_z(x) = A_0 \exp(\lambda x) + A_0 \exp(-\lambda x) = 2A_0 \cosh(\lambda x) = A \cosh(\lambda x)$$

Dato che A è una costante da scegliere, si riduce al 2.

Per esteso, ricordando come è stato definito δ , lo applico:

$$E_z(x) = A \cosh\left(\frac{1+j}{\delta} x\right)$$

Infine, si vede che:

$$E_z\left(\frac{l}{2}\right) = E_0 = A \cosh\left(\frac{1+j}{\delta} \frac{l}{2}\right) \rightarrow A = \frac{E_0}{\cosh\left(\frac{1+j}{2\delta} l\right)}$$

$$\rightarrow E_z(x) = E_0 \frac{\cosh\left(\frac{1+j}{\delta} x\right)}{\cosh\left(\frac{1+j}{2\delta} l\right)}$$

Recuperiamo una delle Maxwell:

$$\nabla \times \underline{E} = -j\omega \mu \underline{H}$$

Sviluppo il rotore, tenendo conto del fatto che la variabile è solo lungo x , e che $E_x = E_y = 0$, risulta evidente che $\hat{y}$ è l'unica verso per cui esista una componente; si ha, quindi, che $\underline{H} \cdot \hat{y} = H_y$!

$$H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} \frac{1}{j\omega \mu}$$

Derivando l'espressione prima trovata:

$$H_y = \frac{1}{1+j} \sqrt{\frac{20}{\omega \mu}} \frac{\sinh\left(\frac{1+j}{\delta} x\right)}{\cosh\left(\frac{1+j}{2\delta} l\right)} E_0$$

Per calcolare la corrente, calcoliamo la derivata di H_y :

$$\oint_{\gamma} \underline{H}_y d\underline{l} = \omega H_y\left(\frac{l}{2}\right) - \omega H_y\left(-\frac{l}{2}\right) = 2\omega H_y\left(\frac{l}{2}\right)$$

Questa funzione fornisce precise indicazioni dell'andamento della corrente tenendo conto dell'effetto pelle, di ω , ecc.

Dalle espressioni delle linee avremmo trovato anche elementi reattivi (la parte immaginaria di Z), nelle fattispecie induttivi; questo deriva dal fatto che si ha un'induttanza "interna" al conduttore poiché il fatto che la corrente ha questo andamento permette di far concatenare anche all'interno flussi di corrente. La L "esterna" è

quella universalmente conosciuta nei casi ideali! Questa antenna però ha un andamento "particolare", poiché quando si va troppo su di frequenza, la corrente si riduce troppo, e si perde anche il flusso concatenato, dunque l'induttanza interna tende a ridursi all'aumentare troppo della frequenza.

Anche il dielettrico, ovviamente, essendo non ideale, ha delle perdite. Esse sono tenute in conto mediante il parametro $\tan \delta$ (dove δ non è la profondità di penetrazione!).

A seconda del materiale, sarà necessario ricavare il $\tan \delta$. Il silicio, che è un pessimo isolante, ha molte perdite.

In microstruttura, la parte dispersiva è modellata da $\epsilon_{eff}(f)$; esistono formule in grado di tener conto di questi andamenti, anche se ora loro si devono ricadere i grafici; per avere la "quasi antenna" del funzionamento, si può comunque usare un simulatore elettromagnetico.

Altre
note

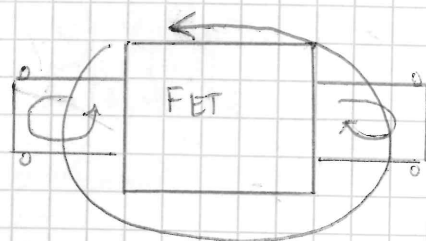
Parametri Scattering

I parametri scattering sono interessanti per l'ottimizzazione delle microonde, non tanto (ma anche) per la presenza di linee di trasmissione, quanto per la caratterizzazione dei dispositivi attivi. Rispetto alle matrici $\underline{Z}$, $\underline{I}$, $\underline{Y}$, la matrice $\underline{S}$ ha un grosso vantaggio: il primo problema dei dispositivi a microonde è il fatto di chiudere su un corto circuito o su un circuito aperto, è molto difficile, poiché realizzare questi circuiti è problematico, a causa dei parametri parassiti (induttanze o capacità). Inoltre, anche riuscendo, questi circuiti si comportano come tali solo a una certa frequenza (in banda stretta).

Quì si può fare molto più facilmente e ciò che i radiofrequenzisti chiamano "adattamento": realizzare dei circuiti resistivi.

Non è l'unico problema: i dispositivi a microonde sono spesso sistemi ad altissimo guadagno, (dunque), per essere utilizzati attivi anche a frequenze dell'ordine delle decine di GHz. Il problema è che dunque (come appena detto) i guadagni in bassa frequenza sono enormi, e circuiti "pericolosi" come il chiuso e l'aperto sono i peggiori per la stabilità dell'amplificatore.

Non è tutto: se prendo un FET e lo chiudo su corto come in figura, si creano dei loop di potenza sia alle porte sia tra le due porte.



Quì è molto pericoloso, poiché si vengono a creare oscillazioni, non smorzate, dal momento che i corti non dissipano.

A parte questi aspetti, dal momento che i dispositivi sono concentrati tra le linee, non torna utile poter parlare "localmente" con le linee di trasmissione.

Ora, bisognerà fare un discorso un po' particolare: cos'è la rappresentazione scattering di un dispositivo a parametri concentrati? Quello che fanno ora è introdurre una rappresentazione formale, matematica, che poi vedremo essere, a certe condizioni, collegata con la teoria delle linee di trasmissione.

Dato un n-porte lineare qualunque per cui si possono definire tensioni e correnti su ciascuna porta, si vuole introdurre questa rappresentazione.

Per ogni porta si sceglie arbitrariamente (ne parleremo più in dettaglio) una Z_{0k} , ossia un'impedenza di riferimento per la k-esima porta.

Si sceglie di usare la seguente trasformazione lineare:

$$a_k = \frac{V_k + Z_{0k} I_k}{2 \operatorname{Re}\{Z_{0k}\}} \quad ; \quad b_k = \frac{V_k - Z_{0k} I_k}{2 \operatorname{Re}\{Z_{0k}\}}$$

Per questa volta abbiamo esplicitato ma, d'ora in avanti, saranno Z_{0k} solo reali: $Z_{0k} = R_{0k}$. a_k e b_k si chiamano "onde progressive" e "onde regressive" ma, per ora, si tenga ben presente che di onde non ce ne sono: per ora abbiamo solo attuato un cambio di base, senza significato fisico!

Ovviamente, le trasformazioni sono invertibili, e si possono ricavare V_k e I_k funzioni di a_k e b_k .

Una nota: si richiede un calcolo con la radice quadrata di qualcosa: la parte reale della impedenza di riferimento deve sempre essere positiva!

Qual è la potenza associata alla k -esima porta? Beh, dall'Elettrotecnica, si sa che:

$$P = \operatorname{Re} \{ (a_k + b_k)(a_k^* - b_k^*) \} = |a_k|^2 - |b_k|^2$$

Questo, deriva da una semplice inversione delle trasformazioni:

$$V_k = (a_k + b_k) \sqrt{Z_0} \quad ; \quad I_k = \frac{a_k - b_k}{\sqrt{Z_0}}$$

Ora, ci chiediamo: che c'entra tutto ciò con le linee di trasmissione, con i circuiti a parametri distribuiti? Beh, dalla soluzione del modello "linee dei telegrafisti", sappiamo di sicuro che si hanno molte similitudini: il calcolo della potenza, la presenza dei termini anche li denominati "onde", e così via. Parlare lì di onde ha senso: essendo a parametri distribuiti, si ha in effetti una propagazione dello stato elettrico (che si ricava essere dipendente da esponenziali), secondo onde, che nella matrice scattering ha dunque significato fisico. Le linee di trasmissione hanno però anche un'altra peculiarità: la "impedenza di riferimento", termine che deriva dalla soluzione delle equazioni d'onda. Questo, nella matrice scattering "in senso tradizionale", è usato come "impedenza di riferimento".

Qui ci guida verso la risposta alla domanda precedentemente

posta: se si scelgono uguali le impedenze di riferimento secondo cui si definiscono i parametri scattering ^{tutte delle} e le linee che comunicano con il dispositivo, si può dire che a_k e b_k coincidono con i flussi progressivi e regressivi della linea di trasmissione.

Ed è solo se la Z_0 della matrice scattering coincide con quella di riferimento della linea, dunque, le "onde" acquisiscono un significato fisico!

Ora: se ho per esempio un FET, e devo caratterizzarlo, potrei usare qualunque impedenza di riferimento, per calcolare o misurare i parametri scattering; posso però scegliere in modo furbo questa impedenza di riferimento per esempio 50Ω : l'impedenza a cui più o meno tutto ciò che è radiofrequenza funziona! In questo modo, sarà più facile "interfaciare" il soggetto, dove alle a_k e b_k il significato fisico che ci fa comodo dare!

È possibile passare da una rappresentazione come $\underline{z}$ a $\underline{s}$, e viceversa; vediamo come, in un esempio.

In forma vettoriale:

$$\underline{a} = [a_1, a_2, \dots]^T \quad ; \quad \underline{b} = [b_1, b_2, \dots]^T \quad ; \quad \underline{R}_0 = \operatorname{diag} \{ R_{01}, R_{02}, \dots \}$$

Dall'Elettrotecnica, sappiamo che:

$$\underline{V} = \underline{z} \underline{I} \quad ; \quad [\text{ma, anche, le "trasformazioni generalizzate"}:]$$

$$\begin{cases} \underline{V} = \underline{R}_0^{1/2} [\underline{a} + \underline{b}] \\ \underline{I} = \underline{R}_0^{-1/2} [\underline{a} - \underline{b}] \end{cases}$$

Ora, ancora un po' di turchi: sostituiamo $\underline{V}$ e $\underline{I}$:

Fare gli esercizi sullo slide !!!

$$\underline{R}_0^{-1/2} [\underline{a} + \underline{b}] = \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} [\underline{a} - \underline{b}]$$

Dunque:

$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{R}_0^{-1/2} \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} [\underline{a} - \underline{b}]$$

Si può risolvere raccogliendo $\underline{a}$ e $\underline{b}$:

$$\underline{b} [\underline{R}_0^{-1/2} \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} + \underline{I}] = \underline{a} [\underline{R}_0^{-1/2} \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} - \underline{I}]$$

Dunque:

$$\underline{b} = \underbrace{[\underline{R}_0^{-1/2} \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} - \underline{I}]^{-1} [\underline{R}_0^{-1/2} \underline{I} \underline{R}_0^{-1/2} + \underline{I}]}_{\underline{S}} \underline{a}$$

Questa è la trasformazione lineare che permette di passare da $\underline{a}$ a $\underline{b}$.

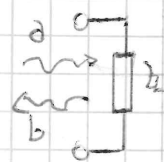
Quindi allo stesso modo si possono trovare le altre relazioni.

Come fatto per le funzioni per ciascuna porta, si può calcolare la potenza dissipata dall'intero dispositivo come:

$$P_d = \sum_{i=1}^n [|\underline{a}_i|^2 - |\underline{b}_i|^2] = [\underline{a}^T \underline{a}^* - \underline{b}^T \underline{b}^*] = \underline{a}^T [\underline{I} - \underline{S}^T \underline{S}] \underline{a}^*$$

Da qui discendono le varie proprietà sulla matrice $\underline{S}$.

Alcune note: vi sono alcune grandezze dotate intrinsecamente di significato fisico, di asè, indipendentemente dalla zon usata, non cambiano. Una di queste è la potenza, altre sono l'energia totale e corrente totale: esse esistono e sono ben definite indipendentemente da zon. Γ o S_{ij} , al contrario, sono parametri che dipendono da zon! Ciò che potrebbe capitare dunque è il fatto di avere adattamento di conformità: se sceglia ad esempio per un carico, $R_{on} = Z_L$, risulta che $\Gamma_L = 0$; questa cosa non ci dice però che $b = a$ a meno che R_{on} non



ma anche uguale all'impedenza caratteristica dell'eventuale linea collegata al carico! Solo in questo caso, l'adattamento di conformità è anche un adattamento energetico o di uniformità! L'adattamento di conformità è solo formale: non ha l'indovinalmente significato fisico.

Consideriamo un ultimo elemento: un generatore di tensione, di corrente o di onde impresse.

Si ricorda infatti, le espressioni degli n-porte autonomi (che hanno al loro interno generatori di tensione o di corrente) possono essere del tipo:

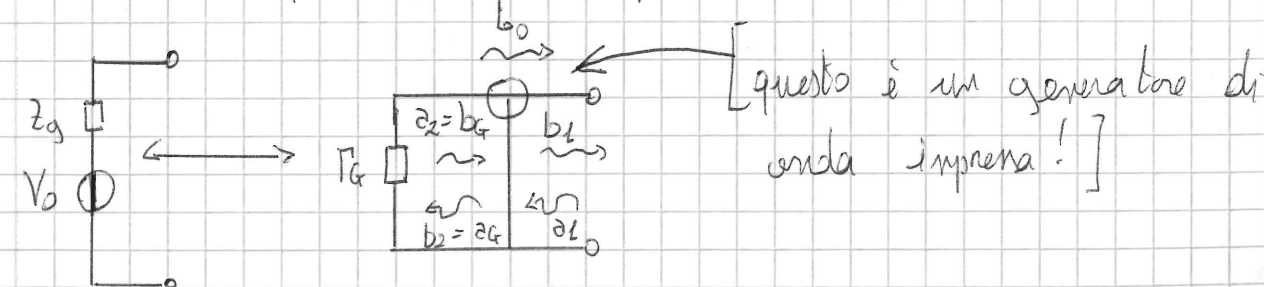
$$\underline{V} = \underline{I} + \underline{V}_0 \quad ; \quad \underline{I} = \underline{Y} \underline{V} + \underline{I}_0 \quad ; \quad \underline{b} = \underline{S} \underline{a} + \underline{b}_0$$

(generatore tensione) (gen. corrente) (gen. onde)

Cosa capita? Beh, ora dovremo tener conto di questi generatori di grandezze "imprese".

Esistono, come per le espressioni "omogenee", formule per convertire le matrici che hanno anche generatori impressi (ad esempio, da $\underline{I} + \underline{V}_0$ a $\underline{S} + \underline{b}_0$), ricavabili con le stesse idee di prima. (Provare)

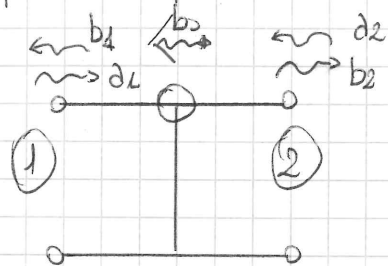
Consideriamo per esempio questa equivalente:



A livello pratico, si usa questo 2-porte, detto "generatore di onda impressa", per caratterizzare il circuito a sinistra mediante

parametri $\underline{S}$; questo dispositivo si comporta secondo queste equazioni:

$$\begin{cases} b_2 = a_1 \\ b_1 = a_2 + b_2 \end{cases}$$



Si ha continuità delle onde, e non per il fatto a_1 in b_2 , si ha (data la convenzione di questo disegno), oltre a a_1 , questo b_0 .

Al posto di z si usa il Γ , per lavorare nel "dominio delle onde", nella "base" a, b .

Ora, se facciamo la dimostrazione per passare con le matrici da $\underline{V}$ a $\underline{b}$, e scalarizziamo, troveremo che:

$$b_0 = \frac{\sqrt{R_0}}{z_0 + R_0} V_0$$

Un blocco scattering generico può essere pensato come un blocco non autorizzato, più n generatori impressi ovunque.

Ora ci chiediamo: come si può fare per "misurare" o "coledare" i parametri della matrice $\underline{S}$? Beh, si sa che:

$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0, \forall k \neq j}$$

Dunque, ciò dice che si debbono annullare tutte le onde incidenti, tranne la j -esima; per far ciò, è necessario avere, per ciascuna k -esima porta, che:

$$V_k = -R_{0k} I_k$$

Ossia, si divide la porta sulla resistenza di normalizzazione, ottenendo la condizione di adattamento di uniformità.

Sulla porta j -esima invece serve un generatore di tensione, o di onda; una nota è che, se si usa un generatore di tensione, conviene che la sua resistenza interna coincida con quella di normalizzazione; riprendendo il legame tensione-impressa-onda impressa, infatti, se $z_0 = R_0$, si ha:

$$b_{0j} = \frac{\sqrt{R_{0j}}}{z_{0j} + R_{0j}} V_0 = \frac{\sqrt{R_{0j}}}{2 R_{0j}} V_{0j} = \frac{V_{0j}}{2 \sqrt{R_{0j}}}$$

Si può come ipotizzato le porte sono chiuse sulla propria R_{0k} di riferimento,

$$b_k = \frac{2 V_k}{2 \sqrt{R_{0k}}} = \frac{V_k}{\sqrt{R_{0k}}} = \frac{V_k}{\sqrt{R_{0k}}}$$

In questo modo, b_k è legato al fasore della tensione sulla porta k ; esso, nella realtà, potrebbe essere misurato mediante un voltmetro "vettonio".

Tenendo infine conto che, sulla porta j -esima (quella alimentata), ho che:

$$a_j = b_0$$

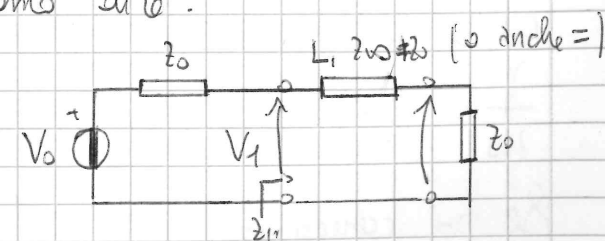
Posso coledare S_{ij} come:

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} = 2 \frac{V_i}{V_{0j}} \sqrt{\frac{R_{0j}}{R_{0i}}} \quad \left[\text{questa formula è fondamentale!} \right]$$

Una "variante" su questa formula: considerando di aver formalmente scelto $R_{0j} = R_{0i}$, possiamo dire:

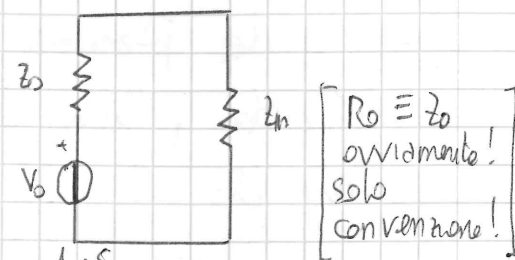
$$S_{ij} = 2 \frac{V_i}{V_{0j}} = 2 \frac{V_2}{V_0} = 2 \frac{V_2}{V_1} \frac{V_1}{V_0}$$

Tenendo presente che: $\Gamma_1 = S_{11} = \frac{z_{in} - z_0}{z_{in} + z_0}$



Si può dire, invertendo, che:

$$Z_{in} = \frac{1+S_{11}}{1-S_{11}} R_0 \quad ; \quad \text{ma, guardando il circuito equivalente!}$$



$$V_L = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_0} V_0 = \frac{R_0}{R_0(1-S_{11}) + R_0(1+S_{11})} V_0 = \frac{1+S_{11}}{2} V_0$$

$$\rightarrow S_{ij} = V_2 \frac{1+S_{11}}{2} \frac{V_2}{V_1}$$

Dove $\frac{V_2}{V_1}$ si può valutare, dopo aver opportunamente scelto le impedenze di riferimento per il calcolo dei coefficienti di riflessione (e solo per essi: è una scelta provvisoria!), mediante la ben nota formula della propagazione dello stato elettrico sulla linea.

Si ricorda, ora, una formula indipendente dall'impedenza di riferimento per cui si può "trasportare" la Z_{in} :

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma z)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma z)}$$

Si vuole considerare un esempio pratico di uso: se $\gamma L \approx 0$, lo si ha $\tanh(x) \approx x$; dunque: ($z=L$)

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \gamma L}{Z_0 + Z_L \gamma L} = \frac{Z_L + Z_0 \gamma L}{1 + Z_L \frac{\gamma L}{Z_0}} = \frac{Z_L + R + j\omega L}{1 + Z_L (Y + j\omega C)L}$$

dove:

$$Z_0 \gamma = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{Y + j\omega C}} \sqrt{(R + j\omega L)(Y + j\omega C)} = R + j\omega L$$

Allo stesso modo,
 $\frac{Y}{Z_0} = Y + j\omega C$

Se poi conio su $Z_L = 0$, ottengo:

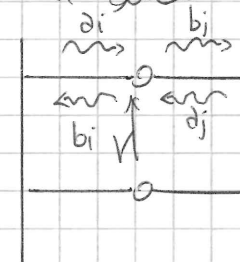
$$Z_{in} = (R + j\omega L)L = R_{LINEA} + j\omega L_{LINEA} \quad \left[\begin{array}{l} \text{dal momento che le} \\ \text{calligrafiche sono p.d.l.} \end{array} \right]$$

Inoltre, di solito,
 la L è

Dunque, in sostanza, con una linea molto corta chiusa in corto, si ottiene un'induttanza!

Questo è un esempio di come si può operare; ovviamente, non è l'unico modo.

Passiamo alla convenzione in cascata di blocchi



$$\begin{cases} a_i = b_j ? \\ a_j = b_i ? \end{cases}$$

Usando le onde di potenza, avendo la nostra definizione solo formale, non possiamo dire che $a_i = b_j$, o che $a_j = b_i$! Questo, a meno che le onde non siano riferite alla stessa impedenza. La tensione ha ancora un significato fisico, e la tensione V è uguale mentre le correnti sono uguali e opposte. Solo legando le onde alle grandezze fisiche si può trovare qualche relazione di continuità, a meno che le impedenze non siano tutte corrette (uguali!).

Quando però si studiano blocchi in cascata, l'idea migliore è quella di usare le matrici di trasmissione: con esse, la cascata è esprimibile in termini di prodotto matriciale!

ATTENZIONE?

Accoppiatori direzionali

Un accoppiatore direzionale è un 4-porte che impone un preciso rapporto di potenza tra due porte, e la terza resta isolata.

Ricapitolando, ingresso in una porta; l'uscita si ripartisce tra una porta (trasmissione) e un'altra (accoppiata), quindi un'ultima è isolata.

Questo potrebbe sembrare un semplice divisore di potenza, ma in realtà è qualcosa di più: oltre a ripartire la potenza, esso introduce un preciso rapporto di fase tra ciò che è trasmesso e accoppiato.

Questa cosa è utile per realizzare segnali differenziali, dunque per ottenere amplificatori differenziali ad alta frequenza.

Si parla di accoppiatori ideali se accoppiano a 3 dB, ma se dividono la potenza in due parti. Ovviamente, esistono accoppiatori con fattore di accoppiamento anche a 30 dB, per esempio: questi sono utili per esempio in misure; in circuitistica, di solito, si usano a 3 dB.

Per gli accoppiatori si definiscono quattro fondamentali grandezze: il coefficiente di accoppiamento, di trasmissione, di isolamento, di adattamento di ingresso, in dB. Si vorrebbe, infatti, riguardo quest'ultimo, $S_{11} = \Gamma_1 = 0$, in modo da garantire l'adattamento alla porta di ingresso. Si rammenti che l'adattamento è di conformità: non si sa altro che il fatto che $Z_{in} = R_0$, dove R_0 è l'impedenza di riferimento.

Idealmente, sarebbe bello non avere perdite, avere cioè un dispositivo reattivo.

Si parla in letteratura di *balun*: si tratta di accoppiatori con uno sfasamento di 180° , ma tale da avere, per il modo

comune e per il modo differenziale che vengono a formarsi, impedenze uguali; ciò purtroppo è ormai difficile da fare, a microonde.

Linee accoppiate

Sono delle linee di trasmissione, come suggerisce il nome, "accoppiate": due microstrisce (o coplanari) abbastanza vicine da poter dire che i due modi di propagazione sono legati. La spaziatura tra le linee dunque deve "euristicamente" essere minore del doppio dello spessore del dielettrico, per avere qualche accoppiamento. Volendo per il contrario: volendo disaccoppiare, almeno più del doppio dello spessore del dielettrico! (qualche centimetro di μm può andar bene). La trattazione (che vedremo solo per sommi capi) è simile a quella dei telegrafisti: si hanno due linee di trasmissione, che però "parlano" tra loro a causa di una capacità mutua (data dalla vicinanza dei conduttori) e da una mutua induttanza, data dal fatto che la corrente di una linea e quella dell'altra sono concatenate dalle (circa) stesse linee di campo (c'è del campo magnetico che circonda anche le correnti).

Definite del problema due capacità e due induttanze, in forma matriciale:

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} L_0 & -L_m \\ -L_m & L_0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} C_0 & C_m \\ C_m & C_0 \end{bmatrix}$$

Avremo una trattazione molto simile a quella delle idee "telegrafiste", però in forma vettoriale!

$$\begin{cases} \frac{dV(z)}{dz} = j\omega \underline{L} \underline{I}(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = j\omega \underline{C} \underline{V}(z) \end{cases}$$

Se poi sostituisco la seconda nella prima:

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} = -\omega^2 \underline{L} \underline{C} V(z)$$

La soluzione è data dalla sovrapposizione di due modi, della forma:

$$\underline{V}(z) = \underline{V}_0 \exp(-j\beta z)$$

Come nelle linee, si hanno due soluzioni valide per β , che ora hanno un forte significato fisico: i due modi sono uno pari (p), uno dispari (d), per cui per il primo (pari) ho che le tensioni delle due piste sono uguali tra loro, mentre nel secondo (dispari) uguali in modulo, ma discorde in segno.

Sotto il punto di vista della topografia dei campi:

- nel modo pari, le linee di campo elettrico si chiudono solo tra conduttore e piano di massa, ma si ha un "muro" di campo elettrico tra le due piste; il campo magnetico concorre a ciò.
- nel modo dispari capita qualcosa di duale: tensioni e correnti sono uguali e opposte, dunque parte delle linee di campo elettrico si chiudono da un conduttore all'altro, ma si ha un muro di campo magnetico.

Ai due modi come detto corrispondono due costanti di propagazione β diverse; si può dimostrare che esse sono legate al rapporto tra la capacità della struttura e quella in aria; si può vedere che:

$$\begin{cases} \beta_p = \beta_0 - \beta_m \\ \beta_d = \beta_0 + \beta_m \end{cases}$$

La capacità mutua è quella che fa "separare" i due modi tra loro. Come si può dunque desumere, si ha:

$$\beta_{p0} > \beta_0 > \beta_{d0}$$

Tutto ciò che abbiamo detto in realtà deriva da un'ipotesi fondamentale: il fatto che la linea accoppiata è simmetrica, ossia che le due piste sono identiche. Se cade questa ipotesi, cade anche l'analisi introdotta.

Un'altra osservazione: le due velocità di fase dei modi pari e dispari sono diverse, a causa della non-omogeneità dei mezzi (aria e dielettrico). Questo porta ad avere modi "disincroni". In microstriscia nella fattispecie i modi sono molto disincroni, mentre in coplanare "quasi sincroni"; purtroppo la coplanare però va male sotto altri punti di vista, quali la difficoltà di progetto del layout.

Esistono andamenti grafici e formule in grado di quantificare l'accoppiamento come funzione della spaziatura, e il disincronismo. Più le piste son spaziate, più i modi tendono a essere indipendenti, disaccoppiati.

Accoppiatori a linee accoppiate

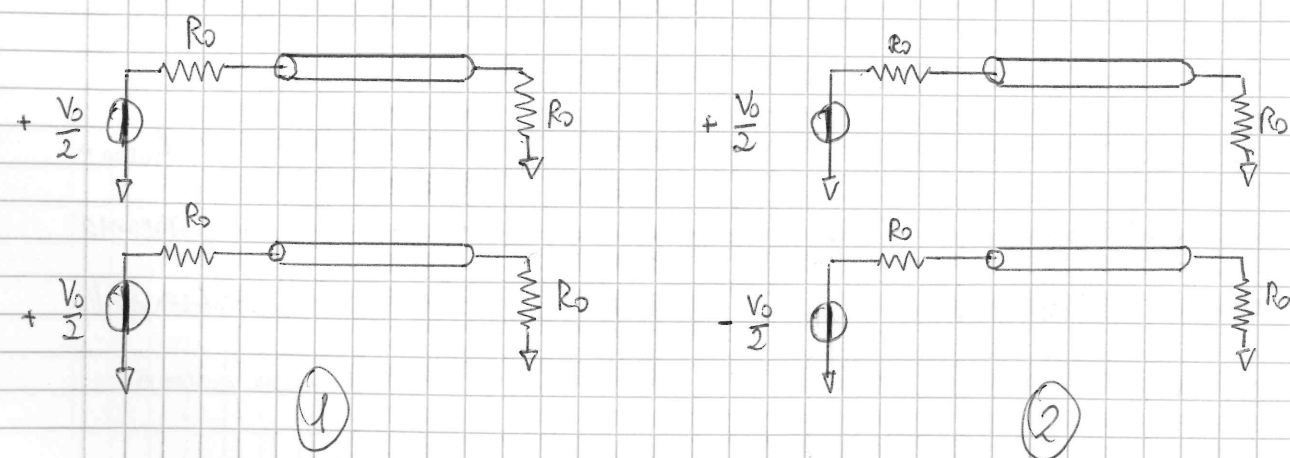
Date due linee accoppiate lunghe $\lambda/4$, volendo idealmente accoppiatori reattivi, la cosa deve riflettere sulla matrice $\underline{S}$: il modulo quadro di tutte le componenti sulla stessa riga o sulla stessa colonna, sommate, fa 1.

Si hanno inoltre evidenti proprietà di simmetria, nella matrice: i vari elementi non sono tra loro disaccoppiati, indipendenti.

Ciò che vorremmo fortemente è, per la porta di ingresso, la condizione di adattamento di conformità; per simmetria, inoltre, esso verrà garantito anche alle altre porte.

Per caratterizzare il circuito si dovrebbe calcolare l'insieme degli elementi non nulli: terminare le porte di uscita con la loro impedenza di riferimento (che supponiamo essere R_0), e mettere sulla porta di ingresso un generatore V_0 con impedenza interna R_0 .

Ciò lo si può fare, però, è ricordare che questa struttura supporta due modi di propagazione, uno pari e uno dispari; l'idea è: invece di eccitare come prima detto, si può fare una "sovrapposizione degli effetti" di due circuiti: uno eccitato col solo modo pari, uno col solo modo dispari:



Il primo circuito si comporta di fatto come una sola linea, dove vi è il solo modo pari.

Il secondo circuito si comporta di fatto come una sola linea, dove vi è il solo modo dispari. (Corti col Ghiani-Pinto)

Per studiare l'accoppiatore, dunque, si propone di subito una trattazione idealizzata (ma dunque errata), per cui si considerano le due linee sintonizzate, e dunque di lunghezza elettrica pari a $\lambda/4$ sia per modi pari, sia per modi dispari; a questa, poi, si aggiungono correzioni per tener conto del disincronismo.

Questo accoppiatore, come si potrebbe dimostrare, è a 90° ; il fattore di accoppiamento è legato alle impedenze dei modi pari e dispari. Si può ricavare:

$$Z_{op} = R_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}} \quad Z_{od} = R_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}}$$

Il tutto è 90° , per imporre i valori di Z_{op} , è necessario usare formule analitiche simili (ma più complicate) a quelle della microstriscia, tenendo conto della spazatura.

Ci è da tenere in conto anche gli effetti di disincronismo: l'accoppiatore è progettato come idealmente sintonizzato, ma in realtà il disincronismo dipende da quanto le linee sono accoppiate. A causa del disincronismo le prime cose che andiamo a perdere sono gli adattamenti e gli isolamenti: ciò è ancora più fastidioso della indeterminazione nel fattore di accoppiamento!

Ciò che capita facendo il progetto è che per avere determinate

impedenze per il modo pari e per quello dispari può capitare che la spaziatura tra le piste abbia valori assurdi (anche di $1 \mu m$), cosa inrealizzabile tecnologicamente per piste lunghe.

Che si fa allora? Un'idea per aumentare l'accoppiamento con comunque spaziature ragionevoli è quella di aumentare il numero di piste, e ricavare un sistema equivalente teorico a 2 conduttori. Mediante un insieme di ponticelli (corti per non incorrere in effetti sgradevoli) si può imporre l'equipotenzialità ottenendo qualcosa di equivalente a un sistema a 2 conduttori, con però capacità mutue molto più elevate, pur avendo linee più spaziate.

Vi sono due soluzioni fondamentali:

- Unfolded: sarebbe bello che la potenza usasse però "dell'altra parte" del layout; la potenza finisce per andare verso la stessa direzione da cui è entrata e ciò non ci piace.
- Folded: si "taglia" una linea per farla andare in "su" invece che "in giù". Si richiede un po' più di ponti in aria, ma è comunque molto più comodo rispetto al primo.

Questi tipi di accoppiatori son detti "accoppiatori di Lange".

Esistono formule che permettono di dimensionare queste strutture in funzione del numero di piste K , e delle resistenze di modo pari e dispari che avrai con un accoppiatore equivalente ma a due piste. Una formula recursiva permette poi di tener conto dei più conduttori.

Si hanno dei grafici che danno un'idea di quanto della potenza al rapporto tra R_{op} e R_{od} , al variare del numero di

conduttori; dal rapporto, poi, si può ricavare la spaziatura.

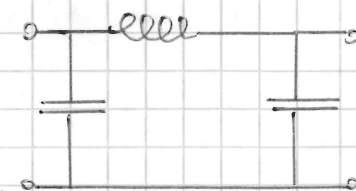
Se si mettono troppi conduttori, si finisce per dover avere piste troppo strette, poiché le impedenze delle singole piste crescono con K . Un buon compromesso è $K \div 6$.

Questi accoppiatori sono lunghi quanto il branch-line, ma più stretti! Inoltre, data la presenza di tutti 'sti conduttori, il Lange ha una banda fino a un ottavo della frequenza di lavoro.

Veniamo agli schemi interferenziali.

I due principali schemi interferenziali sono il branch-line e il rat-roc; esistono semplici formule che permettono di progettarli.

Una nota sola riguardo questi schemi: almeno per un singolo valore di frequenza, ogni linea di trasmissione ha un analogo a parametri concentrati: ciò significa che è possibile trovare un circuito che possa rappresentare a parametri concentrati la rete.



A microonde quando si fa qualcosa del genere, si tende a usare circuiti a π , o comunque con capacità che van a massa, poiché più semplice da realizzare.

Veniamo al divisore Wilkinson.

I divisori di potenza servono a dividere/racogliere/combinare la potenza di vari stadi; il modo più usato per far ciò è il

Wilkinson: esso è l'unico ben realizzabile planarmente. La resistenza è antiparallela, dunque a volte si progetta senza di essa. Come gli accoppiatori, infatti, anche il Wilkinson ha un modo pari e uno dispari; se siamo sicuri di caricare le due porte in modo uguale e dunque di usare un modo pari, la resistenza è inutile.

Purtroppo però il layout non è mai uguale al progetto, e i dispositivi ottimi usati dal carico ancora meno! Se il modo non è perfettamente pari si avrà un po' di sbilanciamento; inoltre, senza la resistenza, le porte 2 e 3 non saranno più disaccoppiate, e ciò è tutto! Ciò potrebbe infatti innescare degli anelli di oscillazione, che far "parlare tra loro" i dispositivi ottimi, causando possibili instabilità.

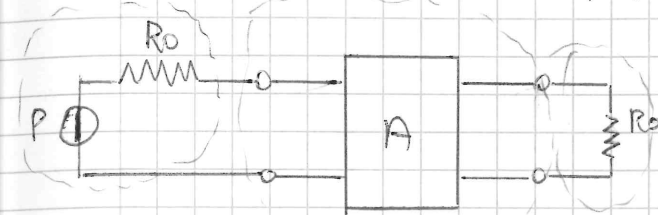
Due-porte caricate

Entriamo ora nel cuore della trattazione: il progetto. Per esso, vedremo solo applicazioni lineari (dunque, amplificatori); di amplificatori, ce ne sono di vari tipi:

- Amplificatori ad alto guadagno (utili per tirare su il livello di segnale): possono essere usati ad esempio come driver per gli stadi finali;
- amplificatori a basso rumore (LNA): progettati per ottenere la miglior cifra di rumore possibile (molto utili come front-end per la ricezione);
- amplificatori di potenza (PA): progettati per ottenere la massima

potenza! Si possono usare anche "di poco fuori linearità", pur di tirare su la potenza (amplificatori quasi-lineari).

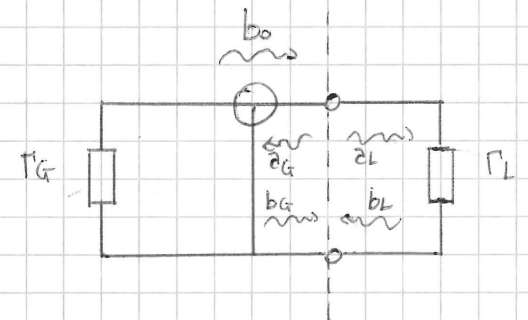
Ora, cosa fa un amplificatore?



Si tratta di un oggetto fatto di tre parti: un carico, un generatore di potenza, e l'amplificatore vero e proprio. Ciò che vogliamo capire è cosa capita alla potenza quando si collega tutto ciò: quanta potenza è trasmessa ad A e quanta da A al carico.

Facciamo un passo per volta: studiamo per ora un circuito dato da un generatore di onda in presa e da un carico; in secondo momento, il carico sarà sostituito dal blocco A e del suo carico. Si ha dunque ciò.

Definiamo per semplicità le varie onde come riferite alla stessa impedenza di norma:



Espressione; si possono intrinsecamente le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} a_L = b_G \\ a_G = b_L \end{cases} \text{ Relazioni topologiche}$$

$$\begin{cases} b_G = b_0 + \Gamma_G a_G \\ b_L = \Gamma_L a_L \end{cases} \text{ Relazioni costitutive del generatore}$$

$$\begin{cases} b_G = b_0 + \Gamma_G a_G \\ b_L = \Gamma_L a_L \end{cases} \text{ Relazioni costitutive del carico.}$$

Risolvendo il sistema:

$$b_G = b_0 + \Gamma_G b_L, \text{ ma } b_L = \Gamma_L a_L$$

$$\rightarrow b_G = b_0 + \Gamma_G \Gamma_L a_L \rightarrow a_L = \frac{b_0}{1 - \Gamma_G \Gamma_L}$$

$$\rightarrow a_L = \frac{b_0}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \quad [\text{questa è l'onda che incide sul carico}]$$

Inoltre, ovviamente

$$b_L = \Gamma_L a_L$$

Ora, note le onde a e b sul carico L , si può determinare la potenza che il carico assorbe dal generatore!

$$P_L = |a_L|^2 - |b_L|^2 = |a_L|^2 [1 - |\Gamma_L|^2] = |b_0|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}$$

Derivando questa funzione rispetto a Γ_L e annullandola, si riesce a vedere che la potenza è massima quando $\Gamma_L = \Gamma_G^*$.

Introducendo ciò nella formula si ottiene:

$$P_{max} \triangleq P_{disp} = \frac{|b_0|^2}{1 - |\Gamma_G|^2}$$

Questa è detta "potenza disponibile", ed è la massima potenza assorbita dal generatore sul carico.

Sostituendo nella espressione generica, si ottiene:

$$P_L = P_{disp} \frac{[1 - |\Gamma_G|^2][1 - |\Gamma_L|^2]}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2}$$

La condizione ottima (in cui si ha la potenza disponibile) si detta "adattamento energetico": essa richiede condizioni sia sul generatore sia sul carico: a seconda della resistenza interna di generatore, il carico dovrà essere compatibile.

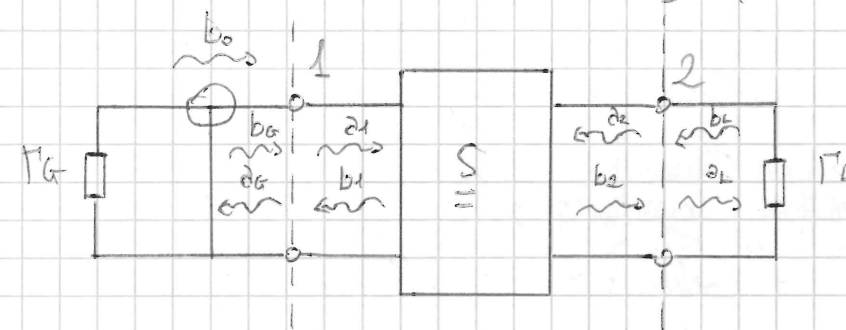
Si noti che questa condizione in generale non c'entra con

l'adattamento di conformità, a meno che $\Gamma_G = \Gamma_L = 0$: solo in questo caso adattamento energetico e di conformità coincidono! Passando da onde impresse a termini impresse, e le definizioni introdotte, è possibile dire che:

$$P_{disp} = \frac{|b_0|^2}{1 - |\Gamma_G|^2} = |V_0|^2 \frac{R_0}{|Z_G + R_0|^2} \frac{|Z_G + R_0|^2}{|Z_G + R_0|^2 - |Z_G - R_0|^2} = \frac{|V_0|^2}{4 R_G}$$

A volte può capitare, in certi circuiti, di dover sacrificare il tentativo di avere adattamento energetico; se possibile, però, si cerca di averlo.

Ora, interponiamo un oggetto tra carico e generatore, oggetto descritto mediante la sua matrice S ; di capita?



Scriviamo le relazioni topologiche e costitutive del sistema:

$$\begin{cases} a_1 = b_G \\ b_1 = a_G \\ b_2 = a_L \\ a_2 = b_L \end{cases}$$

Relazioni topologiche

$$\begin{cases} b_G = b_0 + \Gamma_G a_G \\ b_L = \Gamma_L a_L \end{cases} \text{ generatore} \\ \begin{cases} b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{cases} \text{ Amplificatore } \underline{b} = \underline{S} \underline{a} \\ \begin{cases} b_L = \Gamma_L a_L \end{cases} \text{ carico}$$

Relazioni costitutive

Sostituendo le relazioni topologiche nelle costitutive si ottiene un

sistema di 4 equazioni in 4 incognite:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_G & 0 & 0 \\ -S_{11} & 1 & -S_{12} & 0 \\ -S_{21} & 0 & -S_{22} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\Gamma_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = b_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

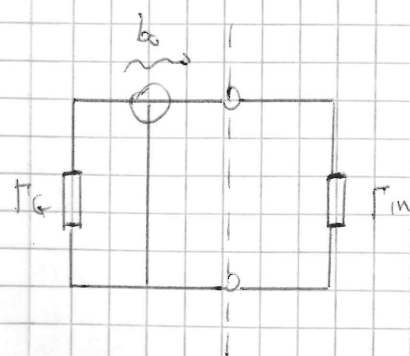
Essendo il determinante della matrice non nullo, il sistema ha soluzione. La soluzione del sistema è costituita da a_1, b_1, a_2, b_2 ; da essi, si può ricavare che:

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

$$P_{in} = |a_1|^2 - |b_1|^2 = |b_0|^2 \frac{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2 - |S_{11} - S_{12} \Gamma_L|^2}{|(1 - S_{11} \Gamma_G)(1 - S_{22} \Gamma_L) - S_{12} S_{21} \Gamma_G \Gamma_L|^2}$$

Sono interessanti dunque soprattutto alla porta di ingresso, e nella fattispecie il suo coefficiente di riflessione, e alla potenza che viene assorbita all'ingresso dell'amplificatore.

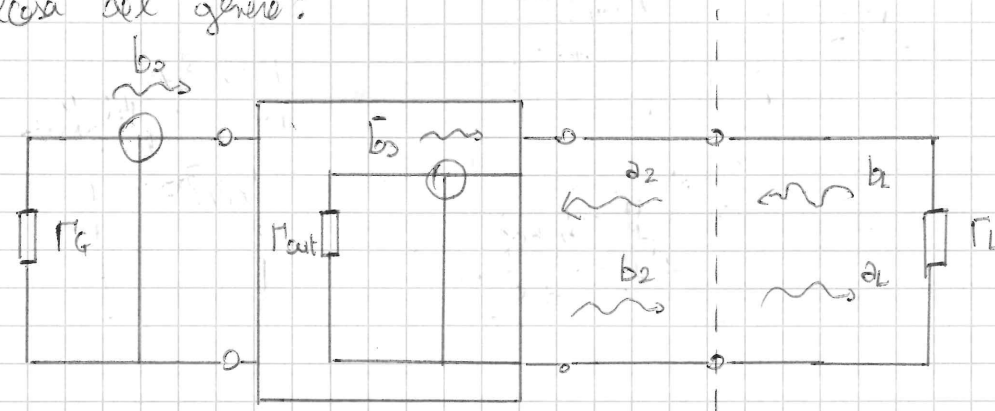
Si noti che Γ_{in} non dipende dal generatore ma solo da $\underline{S}$ e da Γ_L . Un modo alternativo per veder ciò è considerare questo circuito:



Dove Γ_{in} può essere ricavato direttamente dalla matrice $\underline{S}$.

Ché cosa capita in uscita al 2-porto? Beh, si dovrà fare

qualcosa di simile a prima, guardando la sezione 2, in modo da ottenere un generatore di onda equivalente. Si vuole ottenere qualcosa del genere:



ciò che si fa è sostituire il blocco $\underline{S}$ e ciò che l'utente vede mediante questo "generatore equivalente", che modella il comportamento di ciò che è visto dall'utente. Perché fare ciò? Beh, siamo interessati, come fatto per l'ingresso, ed avere modelli "semplici" per studiare il trasferimento di potenza, in modo da caratterizzare il circuito.

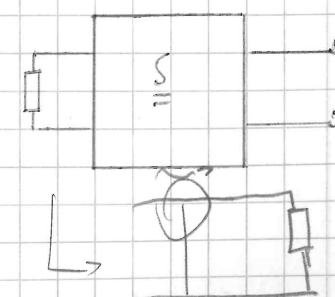
Si ricardi che, risolvendo il sistema 4×4 , abbiamo anche trovato un'espressione di b_2 , ossia della tensione sulla sezione 2.

Si fa qualcosa di altrettanto simile, concettualmente, a ciò che si fa per il caso dell'equivalente Thevenin/Norton: il Γ_{out} è ciò che si riflette in uscita quando le portazioni sono aperte, ossia quando b_0 è spento; $\bar{b}_0$ è b_2 , quando $a_2 = 0$, ossia quando il circuito è chiuso su di un carico tale da avere un Γ_L nullo. Annulla dunque nell'espressione di b_2 il Γ_L .

$$b_2 = \bar{b}_0 + \Gamma_{out} a_2$$

$$\bar{b}_0 = b_0 \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \Gamma_G}$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G}$$



Si noti che, se Γ_{in} è funzione del carico, Γ_{out} è funzione del generatore

e non del carico, che dunque dipende solo ~~da~~ ciò che sta a sinistra.

Data questa rappresentazione, è possibile usare le formule e trovare la potenza sul carico con espressioni precedentemente presentate. In maniera altrettanto equivalente a prima, si può dire che:

$$P_L = |\bar{b}_o|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

Sostituendo $|\bar{b}_o|^2$:

$$\hookrightarrow P_L = |\bar{b}_o|^2 \frac{|\bar{S}_{21}|^2 [1 - |\Gamma_L|^2]}{|1 - \Gamma_L \Gamma_{out}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_G|^2}$$

Da qui lavoriamo sul denominatore:

$$|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2 = \left| 1 - \Gamma_L \left(S_{22} + \frac{S_{21} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \right) \right|^2$$

[moltiplico per l'altro termine: $|1 - S_{11} \Gamma_G|^2$]

$$\hookrightarrow \left| 1 - \Gamma_L \left(S_{22} + \frac{S_{21} S_{21} \Gamma_G}{1 - S_{11} \Gamma_G} \right) \right|^2 |1 - S_{11} \Gamma_G|^2 = \left| (1 - \Gamma_L S_{22})(1 - S_{11} \Gamma_G) - \Gamma_L \Gamma_G S_{21} S_{21} \right|^2$$

$$\hookrightarrow \left| 1 - \Gamma_L S_{22} \right|^2 \left| 1 - S_{11} \Gamma_G - \frac{\Gamma_L \Gamma_G S_{21} S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right|^2 = \left| 1 - \Gamma_L S_{22} \right|^2 \left| 1 - \Gamma_G \left(S_{11} + \frac{\Gamma_L S_{21} S_{21}}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right) \right|^2$$

$$= \left| 1 - \Gamma_G S_{22} \right|^2 \left| 1 - \Gamma_G \Gamma_{in} \right|^2$$

In alternativa, si potrebbe usare la definizione "diretta" di P_L :

$$P_L = |a_1|^2 - |b_1|^2$$

Quindi

Data la modellistica sinora introdotta, introduciamo alcune definizioni di guadagno:

- Guadagno operativo (power gain):

$$G_{op} \triangleq \frac{P_L}{P_{in}}$$

- Guadagno di potenza disponibile (available gain):

$$G_{disp} \triangleq \frac{P_{Ldisp}}{P_{Gdisp}}$$

Questa è la potenza disponibile, non quella totale!

- Guadagno di trasduzione: potenza nel carico diviso potenza disponibile nel due-ports (transducer gain):

$$G_t = \frac{P_L}{P_{Gdisp}}$$

Sono stati definiti tre guadagni, poiché ciascuno di essi fornisce informazioni diverse sul nostro sistema.

Ricordiamo che un generatore può erogare una potenza al più pari alla potenza disponibile; quest'ultima è un parametro dipendente dal solo generatore:

$$P_{Gdisp} = \frac{|\bar{b}_o|^2}{1 - |\Gamma_G|^2}$$

Quanta di questa potenza sia poi trasferita al carico dipende anche dal carico a cui il generatore è collegato.

Si consideri dunque la sezione "destra" del circuito: anche lì si avrà un concetto di potenza disponibile, dall'uscita del blocco Σ al carico, e questa potrebbe non coincidere con la potenza disponibile del generatore; d'altra parte, anche in questo caso, non è detto che tutta questa potenza vada nel carico: dipende dal carico. Se prima questo carico era il blocco Σ , ora sarà il "T" finale.

Facciamo alcune altre considerazioni:

- Il guadagno operativo è dato da P_L su P_{in} : esso terrà conto

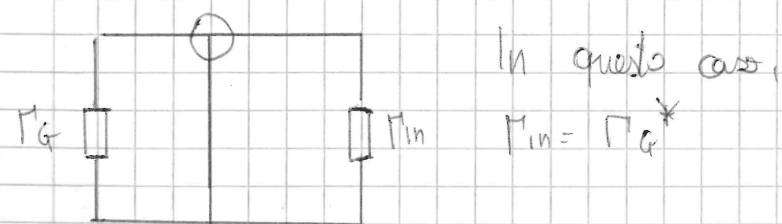
del carico, dunque di Γ_L , ma non del generatore, dunque di Γ_G .
 Si dice che "dipende dal carico, non dal generatore".

- Il guadagno di potenza disponibile dipende da ciò che si ha a sinistra della porta di uscita, ma dunque, al centro di prima, "non dipende dal carico, ma solo dal generatore equivalente se si vede in uscita": da Γ_G , non da Γ_L .
- Il guadagno di trasduzione dipende dalla potenza erogata al carico e da quella disponibile: ciò che il carico assorbe su ciò che il generatore può mandare. Questa è la definizione più "ampia", quella "con più informazioni": dato un generatore, quanto della sua massima potenza è assorbita dal carico.

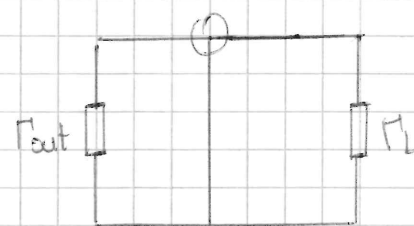
Dal punto di vista del progetto, usali tutti può essere comodo, anche se quello che alla fine conta è quello di trasduzione.

Ora, ci chiediamo: quando ho il migliore dei trasferimenti di potenza? Beh, quando dentro al blocco Σ entra la potenza disponibile, ed essa viene bene assorbita dal carico.

Si dice che quando il generatore dà tutta la potenza disponibile si ha "adattamento energetico di ingresso":



Quando dal blocco al carico si trasferisce tutta la potenza disponibile, si ha "adattamento energetico d'uscita": $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$



Quando chiedo simultaneamente soddisfatte le due condizioni chiedo un "adattamento simultaneo".

Chiedere queste relazioni soddisfatte significa sostanzialmente risolvere un sistema in Γ_G e Γ_L , le cui soluzioni sono:

$\Gamma_{Gopt} \rightarrow$ riflettanza di generatore ottima

$\Gamma_{Lopt} \rightarrow$ riflettanza di carico ottima

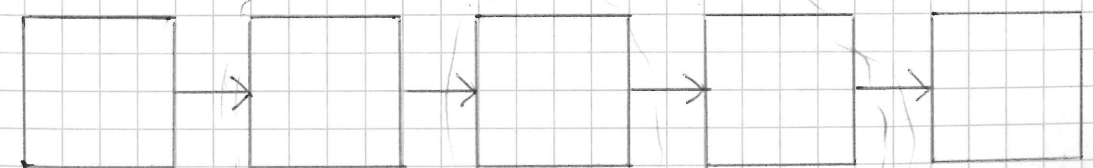
Ora, diciamo un concetto: il tanto fantomatico "blocco Σ " di cui si sta tanto parlando, è un FET, o sia un dispositivo attivo; sarà dunque il FET quello che imporrà le condizioni di ottimo, e noi dovremo lavorare, "tunando" carico e generatore, al fine di ottenerla (o comunque di ottenere altre particolari condizioni).

Se metto dunque il FET nel circuito e ottengo, mediante impostazione di carico e generatore, la condizione di "ottimo", avrò il miglior trasferimento di potenza tra generatore e carico.

Una volta massimizzato il trasferimento di potenza, che guadagno ho? È massimo pure il guadagno? E quale dei guadagni, è massimo?

Si può dimostrare che, data la condizione di adattamento simultaneo, anche i tre guadagni hanno un valore massimo, che coincide e corrisponde a quello che ho nella condizione di adattamento energetico.

Si consideri la seguente rappresentazione:



Oltre ai tre blocchi fondamentali, ci sono due blocchi "interni", che tengono conto del fatto che P_{in} e P_{disp} , come P_L e P_{disp} , possono essere diverse. Guardiamo i guadagni sotto questo punto di vista:

- G_{opt} tiene conto solo del terzo e del quarto blocco: se lo massimizziamo, posso dire che $\Gamma_L = \Gamma_{opt}$, ossia che ho massimizzato il trasferimento di potenza al carico, ma senza saper nulla del generatore.
- G_{disp} merita un discorso duale a G_{opt} : se lo massimizzo, ho $\Gamma_G = \Gamma_{opt}$, dunque massimizzo il trasferimento di potenza al FET, senza però chiedere nulla al carico. Questo parametro coinvolge il secondo e il terzo blocco della rappresentazione.
- Il caso ottimo, ossia la massimizzazione del guadagno di potenza, si ha solo se entrambe le condizioni sono soddisfatte, e questo coincide col chiedere il massimo del guadagno di trasduzione.

Osservando formule e grafici, potremmo dedurre cose abbastanza scontate: se per esempio $\Gamma_L = 1$, il carico è resistivo, dunque non può assorbire potenza, e così via.

Esistono delle "curve di livello" per il guadagno: fissato un certo G_{opt} (per esempio), che potrebbe essere 10 dB o 20 dB, si vede quale sono i Γ_L che soddisfanno questo guadagno. Beh, si può dimostrare che le curve di livello sono dei cerchi, sulla carta di Smith, e che dunque tutti i Γ_L vanno bene per ottenere questo guadagno. 3 cerchi stanno tutti uno dentro l'altro, e i loro centri stanno su di una retta.

Sulla carta di Smith esiste un Γ_{opt} per cui si può massimizzare

$$G_{opt} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|^2 \left[K - \sqrt{K^2 - 1} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \text{dove "K" è detto "coefficiente di} \\ \text{stabilità", e } K \geq 1 \end{array} \right]$$

Si può vedere che scambiando Γ_L con Γ_G e la porta 1 con la 2, $G_{disp} = G_{opt}$. Ciò è una buona cosa perché, trovato il massimo di un guadagno, si trova anche il massimo dell'altro con una certa facilità. Se poi massimizzo il guadagno di trasduzione vedo che Γ_L e Γ_G devono essere uguali agli ottimi, dunque agli altri due.

Queste considerazioni si possono fare se si verificano le condizioni di stabilità, che dobbiamo ancora studiare bene.

Se esiste il massimo guadagno, sia legato a Γ_{opt} sia a Γ_{opt} , esso viene detto "MAG": Maximum Available Gain.

In letteratura si parla anche di "guadagno di trasduzione unilaterale": esso è il guadagno di trasduzione, supponendo che il due-porto abbia $S_{12} = 0$ (ovvia che esso sia unilaterale). Questa è una condizione "distanza vera", ma che comunque introduce un'approssimazione rilevabile, sensibile.

Bisogna stare attenti perché il feedback che "ottima" S_{22} varia in frequenza: esso potrebbe per esempio essere G_{opt} del FET; usare questa approssimazione può essere comodo per far i conti a mano, ma non per progettare in via definitiva qualcosa. Può essere soprattutto utile per verificare gli esperimenti: se $S_{12} \approx 0$, infatti,

$$\Gamma_{in} \approx S_{11}, \quad \Gamma_{out} \approx S_{22}$$

Si potrebbe approssimativamente progettare generatore e carico come:

$$\Gamma_G \approx \Gamma_{in}^* \approx S_{11}^* \quad ; \quad \Gamma_L \approx \Gamma_{out}^* \approx S_{22}^*$$

Allo stesso modo si può definire il MUG (Maximum Unilateral Gain).

Ultima definizione, da usare meglio usata e compresa in seguito, riguarda il MSG, Maximum Stable Gain, come:

$$MSG \triangleq \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|^2$$

Due-porte concetti - Stabilità

Abbiamo visto le varie definizioni di guadagno, fissate le terminazioni di generatore e di carico; mediante esse, è possibile o meno nominare i guadagni.

Quello di cui non si è per ora parlato è la stabilità: stiamo supponendo che tutto sia stabile, come se non vi siano loop.

Purtroppo non è così facile: il dispositivo Σ introduce amplificazioni, dunque potrebbe instaurare un modo che si autosostiene.

La stabilità è un problema grosso a microonde: del momento che ci servono guadagni accettabili ad alta frequenza, ne dovremo avere di altissimi a bassa frequenza, e i loop potrebbero andare inibilitati il circuito.

Matematicamente, che si può dire? Consideriamo il sistema omogeneo:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\Gamma_G & 0 & 0 \\ -S_{11} & 1 & -S_{12} & 0 \\ -S_{21} & 0 & -S_{22} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \Gamma_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{dopo aver dunque spento} \\ \text{il generatore} \\ (b_0=0) \end{array}$$

Se esiste una soluzione al sistema omogeneo oltre a quella banale ($a_1=b_1=a_2=b_2=0$), significa che qualcosa sta innescando un modo senza che nulla lo stia sostenendo.

Una cosa del genere può capitare se e solo se il determinante della matrice è nullo. Ciò si verifica se:

$$(1 - S_{11}\Gamma_G)(1 - \Gamma_L S_{22}) = 0 \quad \xrightarrow{\text{equivalente}} \quad (1 - S_{22}\Gamma_L)(1 - \Gamma_G S_{11}) = 0$$

Proporiamo delle ipotesi: supponiamo che le terminazioni siano passive, che dunque $|\Gamma_G| \leq 1$, $|\Gamma_L| \leq 1$. Si supponga inoltre che l'altro nostro grado di libertà, la impedenza di riferimento, sia tale da avere $|S_{11}|$ e $|S_{22}|$ minori di 1; di solito, con un 50Ω , possiamo stare decisamente tranquilli!

Ora, se si riducono le disuguaglianze:

$$|\Gamma_G| < 1 \quad 0 \quad |\Gamma_L| < 1$$

Si ha una potenziale instabilità.

Ricordiamo che:

$$\Gamma_{in} = \frac{S_{11} - S_{22}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad \Gamma_{out} = \frac{S_{22} - S_{11}\Gamma_G}{1 - S_{11}\Gamma_G}$$

Al variare del carico Γ_L e del generatore Γ_G , queste relazioni possono essere maggiori, minori o uguali a 1: ciò dipende solo dai parametri Γ_L e Γ_G .

Si dice che un 2-porte è incondizionatamente stabile se, per qualunque Γ_L e Γ_G tali da avere carico passivo, siano verificati i "L" (minori). Se si ha " $\geq$ ", siamo in una condizione potenzialmente instabile.

Quello che si fa spesso è vedere direttamente solo $|\Gamma_{out}|$ e $|\Gamma_{in}|$:

del momento che gli altri per ipotesi "van bene", se $|T_{out}|$ e $|T_{in}|$ saranno minori di 1, saremo ricicissimi di avere incondizionata stabilità.

Guardando le funzioni de logaritmi a T_L e T_{out} a T_G , si può vedere che esse sono trasformazioni di Möbius, dunque da $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$, bilineari, che mappano la circonferenza e i punti ed essa interni a un altro cerchio.

La prima idea è: dati gli insiemi dei T_L e T_G possibili, si può mappare l'insieme attraverso queste trasformazioni, e vedere quale sia l'immagine della trasformazione: da tutti i valori di T_L e T_G in modulo minori di 1, vedere quali valori si hanno per T_{in} e T_{out} (rispettivamente), su di una seconda carta di Smith.

Del punto di vista del progetto, però, ciò non è poi così interessante: i parametri che noi possiamo definire e variare non sono T_{in} e T_{out} (localmente, almeno), ma T_G e T_L . La seconda idea è di andare alla prima: dato l'insieme dei T_{in} e T_{out} nel cerchio unitario, se mappali, ora studiamo la controimmagine, e vedere quali valori di T_L e T_G si hanno, per poter avere T_{in} e T_{out} "passivi".

La controimmagine di T_{in} su T_L è detta "cerchio di stabilità in uscita", quella di T_{out} su T_G "cerchio di stabilità in ingresso".

Si ha a questo punto un problema: noi sappiamo identificare il cerchio di stabilità, ma non sappiamo se la controimmagine è all'interno o all'esterno di esso: noi sappiamo se la controimmagine sia l'interno o l'esterno del cerchio.

Come si può identificare quale sia la zona? Beh, dipende da

dove sta il centro della carta di Smith: il centro della carta di Smith di mano fa parte della regione di stabilità, del momento che, se $T_L = 0$, $T_{in} = S_{11}$, il quale per ipotesi nostra è stabile, dunque è parte della controimmagine, e tutta la regione circoscritta di conseguenza! Stesso discorso per $T_G = 0$, $T_{out} = S_{22}$. Si tenga a mente che il bordo della circonferenza è potenzialmente instabile.

Si noti che questi cerchi sono diversi per ogni frequenza, ma i progettisti devono fare in modo da avere stabilità per ogni frequenza: l'instabilità a una certa frequenza distrugge l'intero progetto.

Esistono relazioni tra stabilità e guadagno: si può dire che se il 2-porte è incondizionatamente stabile, allora valgono tutti i discorsi precedentemente fatti sui guadagni.

Se invece si ha potenziale instabilità, si può vedere che, sul cerchio di stabilità, il guadagno diviene infinito: solo nella incondizionata stabilità ha senso chiedersi quale sia il massimo del guadagno.

Si ha una condizione limite: se il cerchio di stabilità è tangente alla carta di Smith (cerchio unitario), si può dimostrare che i cerchi a guadagno costante sono tangenti a quello di stabilità. In questa condizione il guadagno massimo esiste, ed è pari al USB:

$$G_{MAX} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right|^2$$

Se il cerchio di stabilità è fuori dalla carta di Smith, si ha

incondizionata stabilità; se è parzialmente debole, una fetta della c.d.s. è instabile (potenzialmente), dunque si possono progettare dei circuiti PL e TA , prestando però attenzione: si vuole sempre avere un certo margine di stabilità.

Una volta i circuiti si usano molto per il progetto; recentemente è molto più comune usare un trucco: per togliere i loop e imporre una condizione di stabilità, si cerca di allargare il guadagno del FET non solo a certe frequenze, mediante reti RC (o RL, meno usate), in modo che si dia una "mazzata" in banda non-di-lavoro al guadagno, ma in banda passante tutto sia regolare. In sostanza con si "stabilizza" il dispositivo mediante elementi dissipativi, forzando la stabilità incondizionata. Di solito queste reti si mettono sull'ingresso, raramente sull'uscita; sull'ingresso c'è da "gestire" meno la potenza, ma si introduce più rumore; dipende dall'applicazione.

Criteri di stabilità

Vi sono dei criteri che permettono di capire se si è o meno in stabilità.

Si dimostra che il 2-pole è incondizionatamente stabile se e solo se valgono contemporaneamente:

$$K > 1$$

e una di un tot di disuguaglianze; una delle più usate è

$$|K_S| < 1$$

Il valore della resistenza dissipativa da usare è uno dei numeri per cui si abbia $K > 1$ nel range di frequenze interessato.

Questo criterio riguarda due parametri; di solito, se $K > 1$, è quasi certo che $|K_S| < 1$, ma non certo; per avere criteri semplici di stabilità, sono state introdotte le seguenti condizioni:

$$\mu_1 = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - S_{11}^* S_{21}| + |S_{12} S_{21}|} \geq 1 \quad \text{oppure} \quad \mu_2 = \frac{1 - |S_{22}|^2}{|S_{11} - S_{22}^* S_{21}| + |S_{12} S_{21}|} \geq 1$$

Se uno a caso dei due è soddisfatto, siamo a posto di nuovo. Nota finale: riguardo l'andamento dei guadagni con f , frequenza, si sa che in generale si arriva, andando giù in frequenza, a un punto in cui il dispositivo uscirà l'instabilità (punto limite in cui $K=1$); al di sotto di quella frequenza il MAG è un numero complesso, dunque "storicanamente" si usa rappresentare, per frequenze per cui $K < 1$, il MSG al posto del MAG; si tratta di una semplice convenzione, senza significati particolari.

Modelli circuitali per piccolo e ampio segnale

L'ultimo mattone da ci manca per imparare a progettare amplificatori è il modello circuitale del dispositivo attivo (nella fattispecie, per noi, dei FET). I modelli sono di varie tipologie, ma una cosa vale per tutte: tanto più un modello è raffinato, veritiero, tanto più facile sarà la realizzazione del progetto, dunque quella della determinazione del modello è una problematica non indifferente. Come può essere costruito un modello? Vediamo le opzioni:

- Usare i modelli di deriva-diffusione, risolvere il modello fisico e matematico o con l'analisi o con l'analisi numerica, dunque calcolare tensioni e correnti; molto interessante per la analisi, meno per un progettista, poiché complicato.
- Usare i modelli circuitali, in modo da avere qualcosa di facile da implementare sul simulatore. Questi modelli descrivono il sistema in termini di tensioni e correnti alle porte. Vi sono vari parametri (quasi dei generatori pilotati, o altro), che possono essere dedotti a partire dalla simulazione o da misure.
- Modello blackbox: modello per cui non si sa assolutamente nulla sulla fisica del sistema: a partire dalle misure, se quel è il comportamento alle porte. Un esempio di modelli di questo tipo sono le reti neurali.

I modelli circuitali possono essere statici o dinamici, lineari o non lineari; la categoria più generale è quella dei modelli dinamici non lineari. I modelli non lineari possono descrivere un sistema in ogni regime di funzionamento, e possono essere usati per amplificatori o per mixer, o altro ancora! Sono i modelli più belli, ma anche quelli più complicati da gestire.

Se il nostro dispositivo deve funzionare in un sistema lineare, il modello può essere linearizzato intorno al punto di funzionamento in continua, ottenendo un modello di piccolo segnale (molto utile per esempio negli amplificatori).

Daremo enfasi soprattutto ai modelli di piccolo segnale, ma si dovranno usare modelli non lineari almeno in un'occasione: la

determinazione del punto di funzionamento in continua, che io devo necessariamente conoscere.

Modelli di piccolo segnale (lineari, dinamici)

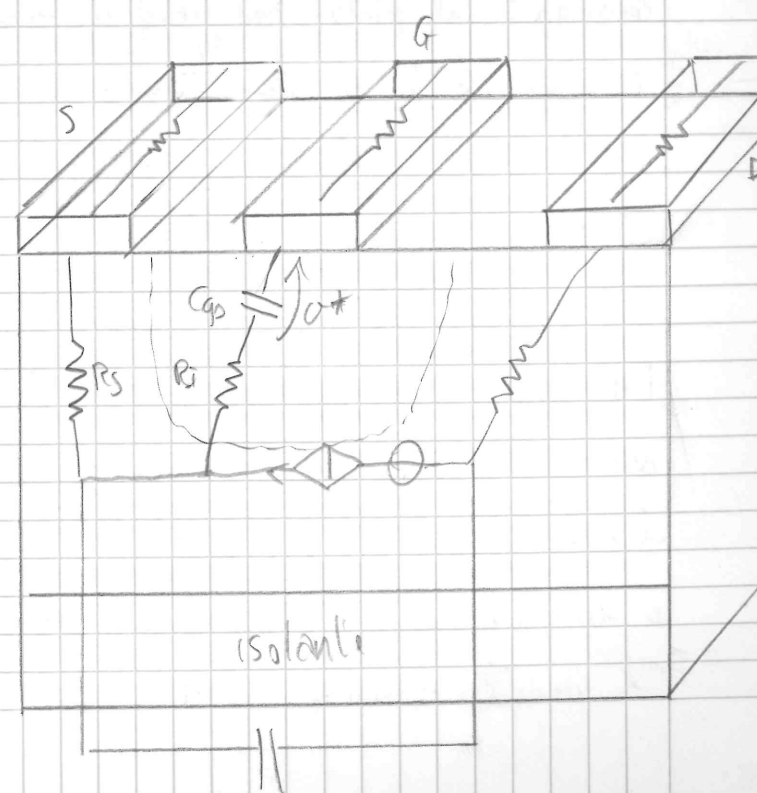
Una volta linearizzato il comportamento del dispositivo, ottenuto il circuito equivalente, è possibile descriverlo mediante parametri Y , Z , S , o altri. A che serve però avere un circuito equivalente?

Di fatto, a partire da un numero limitato di misure, esso permette di estrapolare il comportamento del circuito anche per frequenze a cui la misura non è stata fatta. Ciò è fondamentale, per studiare per esempio anche solo la stabilità!

Il circuito equivalente si può inoltre studiare dispositivi isolati, cosa identica se non nelle dimensioni.

Infine: ad alte frequenze il dispositivo segue due "andamenti": quello intrinseco al dispositivo, e quello estrinseco (dovuto ai parametri parassiti). Questa cosa si fa bene con circuiti equivalenti, e non si fa con modelli blackbox.

Consideriamo la fisica del dispositivo: si ha una regione di semiconduttore dotata al contatto di gate (Schottky). Sotto, il canale: gli elettroni del contatto di source vanno al canale, ci formano quel che ci deve fare ed escono dal contatto di drain. Nel canale la corrente si modella



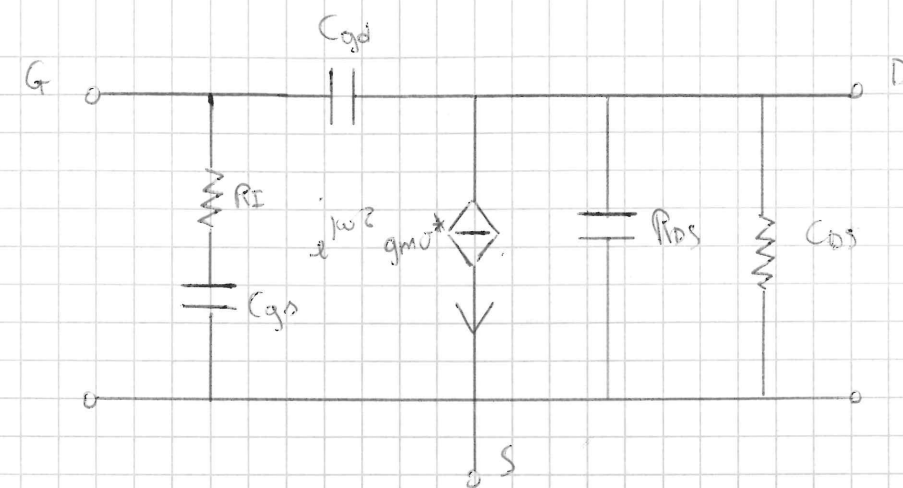
mediante un generatore pilotato, pilotato dalla tensione su C_{gs} ; questa non è v_{gs} , come vedremo tra breve; la tensione che modula la corrente è la tensione che modifica la capacità di smistamento.

Tra gate e drain c'è un'altra capacità, C_{gd} .

Su realtà noi stiamo facendo un modello a una sola capacità, ma ci sono effetti distribuiti, che noi non stiamo tenendo in conto, mettendo una capacità unica. Il modello si può migliorare, con questa C_{gd} , non mi basta: la tensione che cede sul canale non è uguale, e ciò che si può fare, per mettere una tensione non costante sulla C_{gs} , è mettere una resistenza R_I in serie a C_{gs} , detta "resistenza di accessi al canale"; questa dà l'idea del fatto che con la capacità cambia la corrente, dunque la ω^* sul condensatore, tenendo poi in conto l'effetto distribuito R_I di solito è piccola, e nei ^{modelli} a bassa frequenza si può non tenerne in conto.

Un'altra nota: il pilotaggio non è istantaneo per ogni frequenza: il pilota non riesce a modulare immediatamente la corrente, e anzi lo fa in modo diverso a ogni frequenza. Per tener conto di ciò, si può introdurre uno sfasamento $\exp(j\omega \tau)$, dove di solito τ è dell'ordine delle frazioni di ps.

Ci sono in realtà altri elementi parassiti, nel dispositivo: almeno tre resistenze e tre induttanze; le metallizzazioni sono infatti strette, da qui la resistenza, e inoltre esse concatenano corrente, da qua l'induttanza. Se poi sotto all'isolante si ha un piano di massa o un package, è facile che vi siano accoppiamenti capacitivi. Il modello circuitale del FET intrinseco sarà una cosa del tipo:



Questo modello ha 7 parametri (senza contare dunque i parassiti) ciò che si fa di solito (si approfondirà dopo) è fare misure "a FET freddo", per identificare la sola rete dei parassiti; fatto ciò, farò altre misure, e identificherò il comportamento regolare del transistor. Si potrebbe ora, per il solo circuito intrinseco, usare la caratterizzazione mediante Y e passare con le formule a S : chiedo ciascuna porta su un certo, e calcolo i parametri.

Consideriamo però il caso unilaterale: togliamo C_{gd} , dunque la reazione del circuito: a questo punto, calcolo i parametri S .

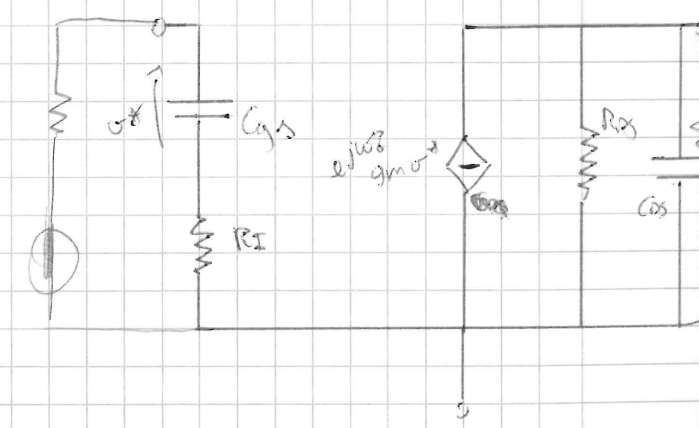
Vedo che:

$$Z_{in} = R_I + \frac{1}{j\omega C_{gs}} = \frac{1 + j\omega C_{gs} R_I}{j\omega C_{gs}}$$

$$S_{11} = \frac{1 + j\omega C_{gs} R_I - j\omega C_{gs} R_o}{1 + j\omega C_{gs} R_I + j\omega C_{gs} R_o}$$

Per quanto riguarda S_{22} :

$$S_{22} = \frac{Z_{out} - R_o}{Z_{out} + R_o} \quad Z_{out} = \left(\frac{1}{R_o} + j\omega C_{ds} \right)^{-1} = \frac{R_o}{1 + j\omega R_o C_{ds}}$$



Da qui:

$$S_{22} = \frac{R_{os} - R_o(1 + j\omega R_{os}C_{gs})}{R_{os} + R_o(1 + j\omega R_{os}C_{gs})}$$

Inoltre:

$$S_{21} = 2 \frac{V_2}{V_0}$$

Ma:

$$V_2 = -g_m v^* \exp(j\omega \tau) \frac{1}{\frac{1}{R_{||}} + j\omega C_{gs}} = -g_m v^* \exp(j\omega \tau) \frac{R_{||}}{1 + j\omega R_{||}C_{gs}}$$

Dove $R_{||} = R_{os} \oplus R_o$

Pero:

$$v^* = \frac{V_0}{(R_o + R_i)j\omega C_{gs} + 1}$$

Dal momento che:

$$v^* = \frac{V_0}{R_i + R_o + \frac{1}{j\omega C_{gs}}} \frac{1}{j\omega C_{gs}}$$

$$\rightarrow S_{21} = \frac{-2g_m R_{||} \exp(j\omega \tau)}{(1 + j\omega C_{gs} R_{||})(1 + j\omega C_{gs}(R_o + R_i))}$$

$S_{12} = 0$ (abbiamo imposto l'unilateralità)

Vediamo i limiti per bassa ($\omega \rightarrow 0$) e alta ($\omega \rightarrow \infty$) frequenza:

$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_{11} = 1$	$\lim_{\omega \rightarrow \infty} S_{11} = \frac{R_i - R_o}{R_i + R_o}$
$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_{12} = 0$	$\lim_{\omega \rightarrow \infty} S_{12} = 0$
$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_{21} = -\frac{2g_m R_o R_{os}}{R_o + R_{os}}$	$\lim_{\omega \rightarrow \infty} S_{21} = 0$
$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_{22} = \frac{R_{os} - R_o}{R_{os} + R_o}$	$\lim_{\omega \rightarrow \infty} S_{22} = -1$

Per basse frequenze se $R_{os} \rightarrow \infty$, ho che:

$$S_{21} \approx -2g_m R_o$$

Osservando sulla carta di Smith questi andamenti, si può osservare che la C_{gd} "influenza" altrettanto S_{22} , che S_{21} da vede a bassa frequenza, tende a diventare nullo, e altro.

Vi sono alcuni parametri di merito: f_T , e f_{max} .

f_T è la frequenza tale per cui l'amplificazione di corrente in c.c. diventa unitaria.

Noi siamo soprattutto interessati a f_{max} , ossia alla frequenza tale per cui il guadagno di potenza diventa unitario ($MAG = 1$).

Una cosa piuttosto è che spesso f_{max} è collegato a f_T : generalmente quando non si ha più guadagno di corrente si ha ancora un po' di guadagno di potenza, dunque $f_{max} > f_T$; vediamo che si può dire: da γ :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Dato } v_2 = 0, \text{ ho: } \begin{cases} i_1 = Y_{11} v_1 \\ i_2 = Y_{21} v_1 \end{cases} \rightarrow h_{21} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}}$$

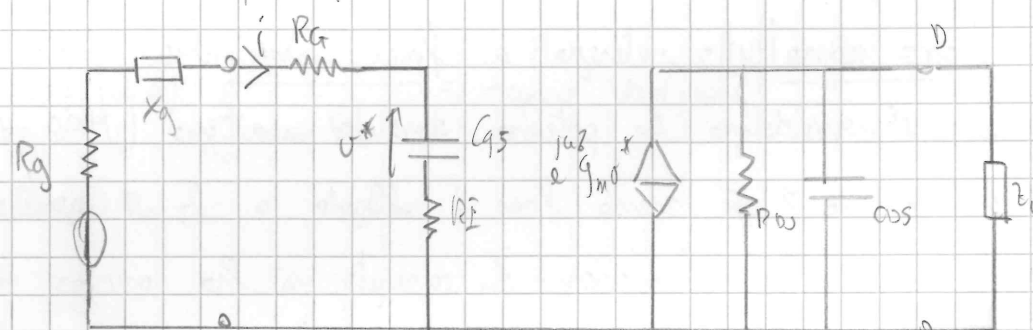
Sostituendo si può dimostrare che h_{21} ha un polo, trascurando il termine in ω^2 , a frequenza

$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \quad [C_{gs} \approx 10 C_{gd}]$$

Si può alzare f_T lavorando su g_m : ora può essere migliorata mediante materiali veloci (μ_n elevata), o con lunghezze di gate corte (mediante un buon processo litografico).

Facciamo ora intervenire le approssimazioni: consideriamo un dispositivo un modello unilaterale (dunque $G_{gs}=0$); teniamo invece conto di C_{gs} e di R_g . L'obiettivo è determinare il massimo guadagno disponibile, MAG, o meglio il MUG, data l'unilateralità, e ci chiediamo a quale frequenza diventa unitario.

Imponiamo, sia per l'ingresso sia per l'uscita, la condizione di adattamento. Per avere ciò, dunque:



$$\text{Re}\{Z_g\} = \text{Re}\{Z_{in}\} \quad \text{e} \quad \text{Im}\{Z_g\} = -\text{Im}\{Z_{in}\}$$

Dunque:

$$R_g = R_g + R_i \triangleq R \quad [R_g, Z_g \text{ ecc. son riferiti al generatore}]$$

$$X_g = -\frac{1}{j\omega C_{gs}}$$

Ma dunque, in queste condizioni, $P_{din} = P_{in}$

$$P_{in} = \frac{|E_g|^2}{4R_g} = \frac{|E_g|^2}{4(R_g + R_i)}$$

Per valutare l'uscita si deve valutare il pilota v^* , dunque calcolare la potenza disponibile di uscita, considerando il "generatore" come un generatore reale; lo che:

$$Z_{out} = R_{out} \oplus \frac{1}{j\omega C_{out}} \quad [e Z_L \text{ sarà relativa ad esso}]$$

A sinistra:

$$i = \frac{E_g}{2R} \rightarrow v^* = \frac{E_g}{2R} \frac{1}{j\omega C_{gs}}$$

La potenza disponibile in uscita sarà:

$$P_{disp,out} = \frac{|g_m v^*|^2}{4} R_{ds}$$

Dunque:

$$MUG = \frac{g_m^2 R_{ds}}{4\omega^2 C_{gs}^2 R} = 1 \quad [\text{per calcolare lo } f_{max}]$$

Ricorda che, per $MUG=1$, $\omega = 2\pi f_{max}$; da ciò,

$$f_{max} = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_{ds}}{R_g + R_i}} = \frac{f_T}{2} \sqrt{\frac{R_{ds}}{R_g + R_i}}$$

Di solito $R_{ds} \gg R_g + R_i$, e $f_{max} > f_T$

Entrano espressioni più complete; ciò che comunque rimane è il fatto che queste espressioni (f_{max}) crescono al ridursi della lunghezza di gate e all'aumentare della f_T .

Venir sulle misure.

Sarebbe bello poter determinare, estrarre i parametri del modello delle misure del circuito, come di §. In effetti, si può fare qualcosa del genere e, a partire da alcune misure su alcune frequenze, determinare un modello valido per un range molto più ampio. Ciò che si fa è:

- Dalle misure "raw" di §, effettuare un de-embedding, e ricavare una rete di parassiti
- Dalle misure tenendo conto degli effetti estrinseci (parametri parassiti), si ricava una § intrinseca, dunque da questa la si ricava §, e il modello.

Invertendo le formule di γ si possono determinare i vari guadagni e parametri del modello di piccolo segnale.

Modelli di ampio segnale.

Analisi quasi-statica

Si supponga di conoscere il modello di piccolo segnale; di esso si hanno vari parametri calcolabili a partire dal punto di funzionamento: V_{gs} , V_{ds} , I_{ds} . Parliamo per esempio di g_m , ovvero se il discorso vale per tutti.

Si supponga per ora che g_m sia una funzione di $v_{gs}(t)$, $v_{ds}(t)$, $v_{dt}(t)$, e basta: se fosse così, noi potremmo misurare o calcolare, per ogni frequenza, e per ogni valore di V_{gs} , V_{ds} , I_{ds} , il g_m corrispondente; poi, ogni volta che $v_{gs}(t)$ (e gli altri idem), per un certo t , assumono un certo valore d_i , si va a vedere, per $V_{gs}=d_i$, quanto vale il g_m corrispondente. Calcolo i parametri di segnale imponendo vari valori di V_{gs} , V_{ds} , I_{ds} , e quando servono li calcolo.

Questo metodo è abbastanza facile da realizzare al calcolatore, ma ha un grosso problema: l'effetto di dispersione. I vari parametri del modello, infatti, hanno una dipendenza intrinseca da f , oltre a quella intrinseca a v_{gs} , v_{ds} ecc., e di ciò non si può tener conto, in un'approssimazione quasi-statica. Le capacità si approssimano pure abbastanza bene, ma g_m di solito no.

Vogliamo ora presentare alcuni modelli comunemente usati, e molto utili per il progetto a microonde.

Modello di Curcio quadratico

Il primo modello è il modello di Curcio. Se ne presenteremo le idee fondamentali.

- Generatore di corrente: la prima innovazione sta nel generatore di corrente: per modellarlo si è usata una funzione non lineare con una linea collegata a quella del dispositivo, quanto "praticamente utilizzabile", e, volendo entrare il modello a tratti, si è usata una tangente iperbolica:

$$i_d = \begin{cases} \beta (v_{gs} - V_{to})^2 (1 + \lambda v_{ds}) \tanh(\alpha v_{ds}) & v_{gs} > V_{to} \\ 0 & v_{gs} < V_{to} \end{cases}$$

$\tanh$ è una funzione che cresce e satura, e derivabile. Per il resto, si tiene conto di v_{gs} e di λv_{ds} come nel modello tradizionale.

- Capacità: le capacità sono non lineari, e sono approssimate dicendo che C_{gs} dipende solo da v_{gs} , C_{gd} solo da v_{gd} ; non è, ovviamente, vero in assoluto. Le capacità si calcolano mediante la formula di dipendenza dalla radice quadrata, con un'approssimazione: se v_{gs} si avvicina troppo al potenziale di built-in, si approssima con Taylor e si riduce l'espressione.
- Diodi: le giunzioni sono modellabili mediante diodi Schottky; di essi si tiene conto poiché in piccolo segnale il gate è polarizzato in un verso, i diodi ^{dunque} V_{th} non conducono, e in ampio segnale può capitare che si veda in una condizione per cui essi conducono. (*) Per (*) permettono anche di tener conto di effetti di breakdown.

(*) Questo modello è linearizzabile, e, se si vuole far ciò, si deve vedere che se essi conducono, finisce che conducendo non possono passare una corrente non controllabile di drain.

per ogni frequenza, per ogni V_{GS} , per ogni V_{DS} , la g_m nota e quella "derivata" da $g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}}$ devono coincidere.

Modello di Curcio cubico

Rispetto al precedente modello, si introduce R_{E1} e si tiene conto di $\exp(j\omega \tau)$; a parte queste migliorie, ciò che si fa in sostanza è:

$$(V_{GS} - V_{TO})^2 \xrightarrow{\text{sostituito con}} [A_0 + A_1 V_{GS} + A_2 V_{GS}^2 + A_3 V_{GS}^3]$$

Si introduce un modello cubico, in grado di tener conto dell'effetto di safe-breakdown (in modo che σ_1 dipenda ora da V_{GS} che V_{DS}):
cubico + V_{DS} servono a tener conto di ciò.

Per i HEMT questo modello va benissimo.

Conviene al modello di Chalmers (Angelov)

Il problema di Curcio è che non può funzionare bene con gli HEMT: in essi, infatti, la transconduttanza g_m tende a saturare, poiché poco sensibile per tensioni più alte (in "diode"). Si instaura poi il canale parassita.

Per modellare matematicamente il "plateau" tipico della g_m dell'HEMT, si prende il modello di Curcio e si modifica, usando ancora la tangente iperbolica, questa volta anche nella parte " V_{GS} ". Si ha questa $\tanh(\Psi)$, dove Ψ è funzione di V_{GS} .

Ci sono altre modifiche.

Per l'HEMT, questo disegno, questo modello, è attualmente il massimo.